Studien zu Multijet Ereignissen am Tevatron

Diplomarbeit der Fakultät für Physik

der

Ludwig-Maximilians-Universität München

vorgelegt von

Marion Erlebach

Juli 2004

Erstgutachter: Prof. Dr. Otmar Biebel

Zweitgutachter: Prof. Dr. Wolfgang Dünnweber

Diese Diplomarbeit ist meiner geliebten Mama gewidmet,
die am 27. Mai 2004 verstorben ist.

$\pi\alpha\nu\tau\alpha\ \rho\varepsilon\iota$
(Alles fließt)

Zusammenfassung

In dieser Arbeit wird die Bestimmung der 3-Jet-Rate in $p\bar{p}$ Reaktionen beschrieben, die mit dem Monte-Carlo Generator PYTHIA 6.2 bei der am DØ-Experiment erreichten Schwerpunktsenergie von $\sqrt{s} = 1.96$ TeV simuliert wurden.
Mit Hilfe des k_T Jet-Algorithmus wurden Parton- und Hadronjets aus den simulierten Teilchen vor und nach der Hadronisierung rekonstruiert. Aus den Jets wurde die 3-Jet-Rate bestimmt, welche das Anzahlverhältnis von Reaktionen mit drei Jets zu allen Reaktionen mit Jets ist. Sie ist direkt proportional zur starken Kopplungskonstante α_s. Untersucht wurden dabei die Größe von Hadronisierungskorrekturen, die Sensitivität der 3-Jet-Rate auf verschiedene Partondichtefunktionen, sowie die Wirkung von überlagerten Ereignissen (pile-up) auf die in der Simulationsstudie bestimmte 3-Jet-Rate. Schließlich wurden die Resultate mit der theoretischen Erwartung verglichen, die mit dem NLO-Integrationsprogramm NLOJet++ ermittelt wurde. Es konnte gezeigt werden, dass der k_T Algorithmus zur Bestimmung der 3-Jet-Rate verwendet werden kann.

Inhaltsverzeichnis

Kapitel 1

Einleitung

Bis zur Entdeckung der Elementarteilchen betrachtete man Atome und Moleküle als die kleinsten Bausteine der Materie. Thomson und Rutherford sagten zwar ihren inneren Aufbau vorher, jedoch konnte dieser lange Zeit nicht direkt nachgewiesen werden. Mit der Entdeckung des Positrons in kosmischer Strahlung im Jahre 1932 durch Anderson begann die Ära der Elementarteilchen und damit der Elementarteilchenphysik. Um die Materie auf immer kleineren Skalen untersuchen zu können, wurden in den 1960er Jahren die ersten Hochenergie Beschleuniger gebaut. Im Jahre 1989 wurde der Elektron-Positron-Beschleuniger LEP[1] in Betrieb genommen. Das Ziel der bei LEP durchgeführten Experimente lag unter anderem in der präzisen Bestimmung der Parameter des so genannten Standardmodells, der Theorie der Elementarteilchenphysik.
Durch die Entwicklung von großen Hadron-Elektron-Colliderexperimenten am DESY sowie Hadron-Colliderexperimenten am Fermilab (Tevatron) und in Zukunft auch am europäischen Teilchenlabor CERN (LHC[2]) kann die Elementarteilchenphysik heute selbst die Bausteine von Atomkernen, die Protonen und Neutronen, von innen betrachten. Die Konstituenten dieser Kernbausteine, die Quarks und Gluonen, unterliegen der starken Wechselwirkung mit einer Reichweite von ca. 10^{-15} m. Diese "Femtowelt" wird durch die Theorie der Quantenchromodynamik (QCD) beschrieben. Sie postuliert eine Farbladung der an der starken Wechselwirkung teilnehmenden Teilchen und ist an die Quantenelektrodynamik (QED) angelehnt, die die Wechselwirkung elektrisch geladener Teilchen, wie beispielsweise Elektronen, durch masselose Teilchen, die Photonen beschreibt. Die Kraft zwischen den stark wechselwirkenden Teilchen wird durch acht Austauschteilchen, die so genannten Gluonen, vermittelt, welche 1979 mit 3-Jet Ereignissen am Experiment PETRA am DESY entdeckt wurden.
Die Ermittlung der Stärke dieser Kraft, die durch die starke Kopplungskonstante α_s beschrieben wird, ist eine der primären Interessen der QCD. Die Kombination vieler verschiedener Messungen lieferte einen Wert von

$$\alpha_s((91\ \mathrm{GeV})^2) = 0.119 \pm 0.003$$

für die Kopplungskonstante der starken Kraft [1], die damit um zwei Größenordnungen über dem Wert der elektromagnetischen Kraft liegt.

[1] LEP: **L**arge **E**lectron **P**ositron Collider, ein e^+e^- Experiment, das bis zum Jahr 2000 am CERN durchgeführt wurde und eine maximale Schwerpunktsenergie von 209 GeV erreichte.

[2] LHC steht für **L**arge **H**adron **C**ollider, ein Hochenergie pp-Collider mit erwarteten Schwerpunktsenergien von 14 TeV, der voraussichtlich 2007 am CERN in Betrieb gehen wird.

In dieser Analyse wurden Proton-Antiproton Reaktionen bei einer Schwerpunktsenergie von $\sqrt{s} = 1.96$ TeV mit zwei verschiedenen Teilchengeneratoren simuliert. Diese Energie entspricht der im Run II des Tevatron-Colliders am Fermilab erreichten Schwerpunktsenergie und ist notwendig, um die Konstituenten von Proton und Antiproton auflösen und studieren zu können.

Bei einer $p\bar{p}$ Reaktion kommt es zum harten Stoß zwischen den Konstituenten von Proton und Antiproton und im weiteren Verlauf zur Erzeugung von zwei und mehr Partonen mit großem Impuls senkrecht zur Flugrichtung des $p\bar{p}$ Paares (Transversalimpuls). Diese Quarks und Gluonen sind jedoch nicht direkt im Detektor beobachtbar, sondern sie wandeln sich in die detektierbaren Hadronen, farblose zusammengesetzte Teilchen um (Hadronisierung). Diese Hadronen treten gebündelt in Flugrichtung des anfänglichen Partons auf (hochenergetische Teilchenbündel, Jets). Von den in der harten Streuung gebildeten Partonen können weitere Quarks und Gluonen abgestrahlt werden, die als zusätzliche separierte Jets beobachtet werden können. In diesem Fall spricht man von 3- und Multijet Ereignissen.

Aus den aus Quarks und Gluonen sowie deren Folgeteilchen rekonstruierten Teilchenbündeln wurde die 3-Jet-Rate bestimmt, welche das Verhältnis von Reaktionen mit drei Jets im Endzustand zu allen Reaktionen mit Jets ist, und daraus der Verlauf der 3-Jet-Rate abhängig vom Transversalimpulsübertrag abgeleitet. Dieser Verlauf ist proportional zu dem der starken Kopplungskonstante.

Die vorliegende Diplomarbeit ist folgendermaßen gegliedert: nach dieser Einführung wird in Kapitel 2 die dieser Analyse zugrunde liegende Theorie, insbesondere die QCD und das Partonmodell erläutert. Danach wird in Kapitel 3 der DØ Detektor mit den für die Jetmessung verantwortlichen Komponenten besprochen. Kapitel 4 gibt einen kurzen Überblick zu dem Jet Algorithmus, der zur Rekonstruktion von Jets verwendet wurde. Kapitel 5 beschreibt die Simulation von Ereignissen mit dem Monte-Carlo Generator PYTHIA und die Bestimmung der 3-Jet-Rate und deren – zu α_s proportionalen – Verlauf aus den simulierten Daten, sowie den Einfluss von Hadronisierung und multiplen Ereignissen auf die berechnete 3-Jet-Rate. Die Simulation von Ereignissen mit dem next-to-leading-order (NLO) Integrationsprogramm NLOJet++ und die Bestimmung von R_3 in next-to-leading-order Genauigkeit werden in Kapitel 6 diskutiert. Ein Vergleich der Ergebnisse aus PYTHIA und NLOJet++ erfolgt in Kapitel 7. Das letzte Kapitel liefert eine Zusammenfassung dieser Diplomarbeit.

Kapitel 2

Theorie

2.1 Das Standardmodell

Das Standardmodell bildet die theoretische Grundlage der Elementarteilchenphysik. Es umfasst die vereinheitlichte Theorie der elektroschwachen Wechselwirkung und der Quantenchromodynamik (QCD) [2]. Die gesamte Materie ist im Standardmodell aus nur zwölf Fermionen, den Spin $\frac{1}{2}$ Teilchen zusammengesetzt. Diese sechs Leptonen und sechs Quarks können jeweils in drei Generationen von zwei Leptonen bzw. Quarks und ihren jeweiligen Antiteilchen[1] angeordnet werden, wie aus Tabelle 2.1 ersichtlich ist.

Fermionen		
Leptonen		
$\begin{pmatrix}\nu_\mathrm{e}\\ \mathrm{e}^-\end{pmatrix}_L$	$\begin{pmatrix}\nu_\mu\\ \mu^-\end{pmatrix}_L$	$\begin{pmatrix}\nu_\tau\\ \tau^-\end{pmatrix}_L$
e_R^-	μ_R^-	τ_R^-
Quarks		
$\begin{pmatrix}\mathrm{u}\\ \mathrm{d}'\end{pmatrix}_L$	$\begin{pmatrix}\mathrm{c}\\ \mathrm{s}'\end{pmatrix}_L$	$\begin{pmatrix}\mathrm{t}\\ \mathrm{b}'\end{pmatrix}_L$
u_R d'_R	c_R s'_R	t_R b'_R

Tabelle 2.1: Die drei Generationen des Standardmodells. L steht für linkshändig orientierte Teilchen, R für rechtshändige und das Apostroph kennzeichnet Teilchen aus Mischungszuständen.

Die erste Generation besteht aus dem Elektron (e) und dem Elektron Neutrino (ν_e),

[1]Die Antiteilchen besitzen gleiche Masse, haben jedoch entgegengesetzte elektrische Ladung, Farbe und dritte Komponente des schwachen Isospins [2].

dem up (u) und down (d) Quark. Die zweite Generation besteht aus dem Muon (μ), dem Muon Neutrino (ν_μ) und dem charm (c) und strange (s) Quark und die dritte Generation aus dem tau (τ) und dem tau Neutrino (ν_τ) sowie aus top (t) und bottom (b) Quark. Der wesentliche Unterschied zwischen diesen drei Generationen liegt in der Masse ihrer Konstituenten. Die stabile Materie, die das beobachtbare Universum bildet, besteht ausschließlich aus Fermionen der ersten Generation.
Die Wechselwirkung zwischen den Elementarteilchen wird durch den Austausch von zwölf Eichbosonen, den Spin 1 Teilchen, beschrieben. Die Reichweite von elektromagnetischer und schwacher Kraft steht mit der Masse der zugehörigen Eichbosonen in Verbindung. Dabei ist das masselose Photon γ das Austauschteilchen der unendlich reichweitigen elektromagnetischen Kraft. Z- und W- Boson sind die Eichbosonen der schwachen Wechselwirkung, acht masselose Bosonen, die Gluonen g, übertragen die starke Kraft (siehe Tabelle 2.2). Ihre Masse ist zwar Null, die effektive Reichweite der starken Wechselwirkung ist jedoch durch die Gluonselbstwechselwirkung beschränkt.

Wechselwirkung	koppelt an	Austauschteilchen	Masse $[GeV/c^2]$	Reichweite $[m]$
stark	Farbladung	8 Gluonen	0	$\approx 10^{-15}$
elektromagnetisch	elektrische Ladung	Photon	0	∞
schwach	schwache Ladung	$W^\pm, Z^0$	$\approx 10^2$	$\approx 10^{-18}$

Tabelle 2.2: Im Standardmodell verankerte Wechselwirkungen mit den zugehörigen Austauschteilchen.

Um die Massen von W- und Z- Boson erklären zu können, sagt die Theorie die Existenz eines weiteren skalaren Teilchens, des Higgs-Bosons (H) voraus. Die Massen der Fermionen können dann durch so genannte *Yukawa-Kopplungen* an das Higgs-Boson erklärt werden. Bis zu diesem Zeitpunkt konnte es jedoch noch nicht beobachtet werden. Die Suche bei LEP-2 ergab eine untere Massenschranke von 114.4 GeV für die Masse des Higgs-Bosons [3].
Das Standardmodell schließt die Gravitation, vermittelt durch das hypothetische Graviton mit Spin 2, als Wechselwirkung nicht mit ein. Da diese im Vergleich zu den Kräften des Standardmodells nur sehr gering ist[2], kann sie bei der Beschreibung der Elementarteilchenphysik vernachlässigt werden.
Die Theorie des Standardmodells basiert auf dem Prinzip der lokalen Eichinvarianz. Das bedeutet, die Lösungen der Lagrangedichte[3] bleiben invariant unter lokalen Transformationen der zugehörigen Symmetriegruppen. Für die schwache Kraft ist diese Symmetriegruppe die $SU(2)_L$, die $U(1)_Y$ ist die Gruppe der schwachen Hyperladung Y, und der starken Kraft liegt die Symmetriegruppe $SU(3)_C$ zugrunde[4]. Somit werden im Standardmodell alle Wechselwirkungen im Rahmen der $U(1)_Y \otimes SU(2)_L \otimes SU(3)_C$ Eichgruppe beschrieben [4]. Die Invarianz der Lagrangedichte unter Symmetrieoperationen entspricht einer Symmetrie und führt zu erhaltenen Quantenzahlen.

[2] Die Gravitation hat eine Stärke von ca. 10^{-38} im Vergleich zur starken Wechselwirkung.
[3] Die Bewegungsgleichungen für die Teilchen des Standardmodells werden abgeleitet aus der so genannten Lagrangedichte. Ihre Lösungen beschreiben die Teilchen und ihre Wechselwirkungen [1].
[4] "C" steht für "Color", englisch für Farbe.

2.2 Quantenchromodynamik

Die starke Wechselwirkung wird durch die Theorie der Quantenchromodynamik beschrieben. Sie erklärt unter anderem den Zusammenhalt der Quarks in Form der Hadronen. An der starken Wechselwirkung nehmen von den fundamentalen Spin $\frac{1}{2}$ Teilchen ausschließlich die Quarks teil.

2.2.1 Farbe als Ladung

In Analogie zur Theorie der Quantenelektrodynamik (QED), in der die teilnehmenden Fermionen elektrische Ladung tragen, wurde für die QCD das Konzept der Farbladung eingeführt. Während bei der QED nur ein einziger Ladungstyp (elektrische Ladung ± 1) existiert und das Austauschteilchen elektrisch neutral ist, verlangt die starke Wechselwirkung drei verschiedene Farbladungen (rot (r), grün (g) und blau (b)) und acht Austauschbosonen (Gluonen), die jeweils eine Kombination aus Farbe und Antifarbe tragen. Nach den Regeln der zugrundeliegenden $SU(3)_C$-Gruppentheorie bilden die 3×3 Farbkombinationen zwei Multipletts von Zuständen: ein Singulett und ein Oktett. Aus den Zuständen des Oktetts können alle Farbzustände aufgebaut werden. Sie entsprechen einem Oktett von Gluonen [2]. Die $SU(3)_C$ führt also zu acht Austauschbosonen als Vermittler der starken Kraft. Eine mögliche Kombination dieser Zustände ist in Tabelle 2.3 gezeigt.

Oktettzustände							
$\mathrm{r\bar{g}}$	$\mathrm{r\bar{b}}$	$\mathrm{g\bar{b}}$	$\mathrm{g\bar{r}}$	$\mathrm{b\bar{r}}$	$\mathrm{b\bar{g}}$	$\sqrt{\frac{1}{2}}\,(\mathrm{r\bar{r}} - \mathrm{g\bar{g}})$	$\sqrt{\frac{1}{6}}\,(\mathrm{r\bar{r}} + \mathrm{g\bar{g}} - 2\mathrm{b\bar{b}})$

Tabelle 2.3: Die Zustände des Farboktetts bilden ein System von Basiszuständen. Aus diesen können alle Farbzustände aufgebaut werden [2].

Das Farbsingulett

$$\sqrt{\frac{1}{3}}\,(\mathrm{r\bar{r}} + \mathrm{g\bar{g}} + \mathrm{b\bar{b}})\ ,$$

das symmetrisch aus den drei Farben und Antifarben zusammengesetzt ist, ist invariant gegenüber Rotationen im Farbraum. Es wirkt somit nicht farbspezifisch und kann folglich nicht zwischen den farbgeladenen Teilchen ausgetauscht werden [2].
Die Gluonen koppeln an die Farbladung der Quarks. Als Konsequenz ihrer eigenen Ladung unterliegen die Gluonen selbst auch der starken Wechselwirkung, was zum Phänomen der Gluonselbstwechselwirkung führt.
Die fundamentalen Wechselwirkungsgraphen der QCD, die neben der Emission und Absorption von Gluonen auch die Gluonselbstkopplung enthalten, werden in den Abbildungen 2.1 und 2.2 gezeigt.

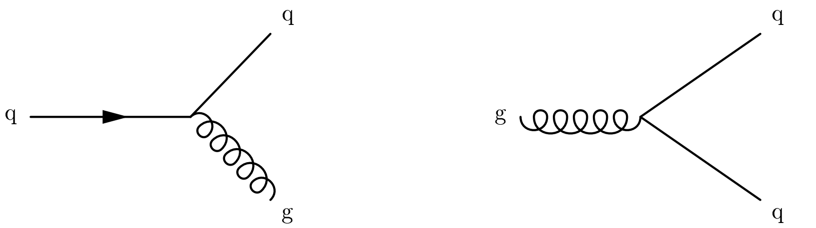


Abbildung 2.1: Links: Emission eines Gluons. Rechts: Aufspaltung eines Gluons.

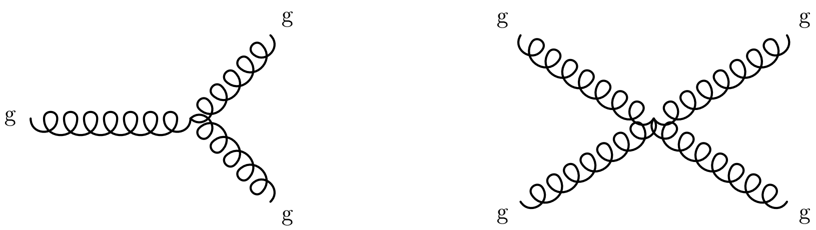


Abbildung 2.2: Links: Kopplung von drei Gluonen. Rechts: Kopplung von vier Gluonen.

Obwohl die Hadronen, zu denen Mesonen und Baryonen gehören[5], aus farbgeladenen Quarks aufgebaut sind, sind sie selbst farbneutral. Dies kann durch das empirische Prinzip des *Confinement* erklärt werden. Es besagt, dass alle farbgeladenen Teilchen in farbneutrale Hadronen eingeschlossen sind, farbgeladene Teilchen können also nicht frei existieren.
Das Wechselwirkungspotential zwischen farbgeladenen Teilchen muss bei großen Abständen zu beliebig großen Werten anwachsen, was mit der Gluonselbstwechselwirkung begründet werden kann [2]. Bei kleinen Abständen hingegen ist das Potential sehr klein, sodass sich Quarks im Inneren von Hadronen als quasifreie Teilchen bewegen können. Auf den genauen Verlauf und die Stärke des Wechselwirkungspotentials wird in den nächsten Abschnitten ausführlich eingegangen.

2.2.2 Die Stärke der Wechselwirkung: α_s

Die Stärke der starken Wechselwirkung ist durch die Kopplungskonstante α_s gegeben.

$$\alpha_s = \frac{g_s^2}{4\pi} \qquad g_s : \text{Farbladung}$$

Sie beschreibt, mit welcher Kraft die Teilchen aneinander gebunden sind. Da α_s von der Energieskala und somit vom Abstand der geladenen Teilchen zueinander abhängig ist, ist die Kopplungskonstante keine richtige Konstante, sondern sie variiert. Diese

[5]Mesonen sind aus einen Quark-Antiquark Paar aufgebaut, z.B. $\pi^+ = u\bar{d}$. Baryonen, wie beispielsweise das Proton, bestehen aus drei Quarks: $p = uud$.

Abhängigkeit von α_s von der Energie kann auf das Verhalten des Vakuums in Anwesenheit von farbgeladenen Teilchen zurückgeführt werden. Das Vakuum ist nicht leer, sondern besitzt eine komplizierte Struktur. Daher wird es durch die Farbladungen polarisiert (Vakuumpolarisation), es wirkt vergleichbar einem Paramagnetikum für Farbladungen [5]. Dadurch wird die “nackte” Ladung abgeschirmt. Die sichtbare Ladung wird folglich abstands- und damit energieabhängig. Somit wird, wie bereits in Abschnitt 2.2.1 erwähnt, die Stärke der Wechselwirkung für hohe Transversalimpulsüberträge Q^2, also für kleine Abstände sehr klein, sodass dieser Bereich störungstheoretisch erfasst werden kann.

$$\lim_{Q\to\infty} \alpha_s(Q^2) \to 0$$

In diesem Fall spricht man von *asymptotischer Freiheit*. Die Quarks können bei kleinen Abständen als freie Teilchen angesehen werden.
Für kleine Werte des Transversalimpulsübertrags, das heißt für große Abstände zwischen den Teilchen, wird α_s hingegen sehr groß, wie aus Abbildung 2.3 ersichtlich wird.

$$\lim_{Q\to\Lambda_{QCD}} \alpha_s(Q^2) \to \infty$$

Dies ist der Bereich des Einschlusses der Quarks in Hadronen (Confinement, siehe Abschnitt 2.2.1)[6]. Werden die geladenen Teilchen immer weiter voneinander getrennt, wird die Energiedichte zwischen ihnen immer größer, bis sie letztendlich groß genug ist, dass Quark-Antiquark-Paare und Gluonen aus dem Vakuum erzeugt werden. Diese Quarks und Gluonen wechselwirken zwar in elementaren Reaktionen, sie enden aber zuletzt in Hadronen, wobei der Prozess der Hadronisierung nicht berechnet werden kann.

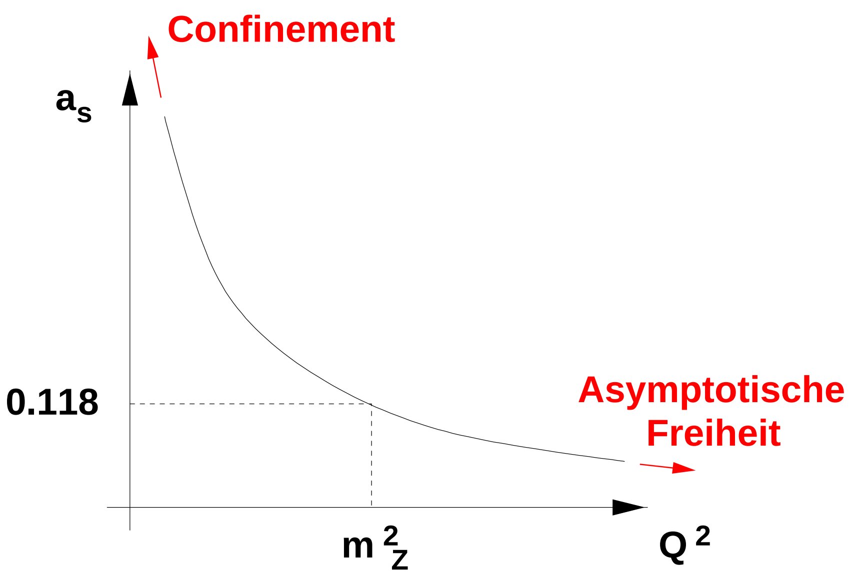


Abbildung 2.3: Schematischer Verlauf der starken Kopplungskonstante in Abhängigkeit von der Energieskala Q^2. [5]

[6] Λ_{QCD}, der einzige freie Parameter der QCD, liegt dabei im Bereich einiger hundert MeV.

2.3 Hadronisierungsmodelle

Unter Hadronisierung, gelb angedeutet in Abbildung 2.4, versteht man den Übergang von farbgeladenen Quarks und Gluonen in farbneutrale Hadronen. Eine explizite Berechnung dieses Vorgangs ist bis zum heutigen Zeitpunkt nicht möglich, da das involvierte Confinement, das den Quarkeinschluss in Hadronen behandelt, nicht störungstheoretisch erfassbar ist.

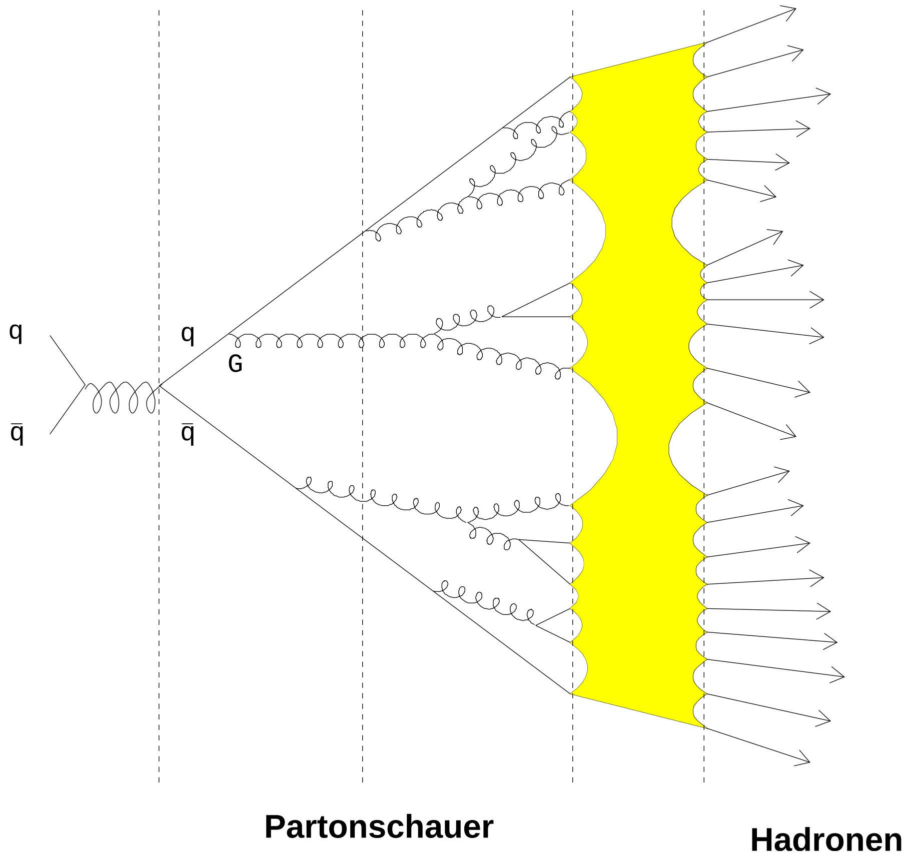


Abbildung 2.4: Veranschaulichung der Hadronisierung bei einer $q\bar{q}$ Wechselwirkung in einem $p\bar{p}$ Ereignis. [5]

In der heutigen Elementarteilchenphysik wird die Hadronisierung durch sehr komplexe phänomenologische Modelle beschrieben. Das älteste und zugleich am meisten problembehaftete dieser Modelle ist das *Modell der unabhängigen Hadronisierung*, bei dem willkürlich $q\bar{q}$ Paare aus dem Vakuum gewählt und anschließend daraus Hadronen erzeugt werden.
Daneben existieren noch zwei weitere, häufiger verwendete Modelle:

a) Das *Cluster-Modell*: Hierbei bilden die farbgeladenen Quarks und Antiquarks farbneutrale Cluster. Diese können mit superschweren farblosen Teilchen ohne feste Masse verglichen werden, die im weiteren Verlauf wieder in die bekannten

Teilchen zerfallen. Eine schematische Darstellung des Cluster-Modells für die Reaktion $e^+e^- \rightarrow$ Hadronen[7] findet sich in Abbildung 2.5 a).

b) Das *String-Modell*: Es nimmt einen Farbstring zwischen den farbgeladenen Teilchen mit einer konstanten Federkonstante $\kappa \approx 1\frac{GeV}{fm}$ an [1]. Bewegen sich die Teilchen voneinander weg, so spannt sich der Farbstring, speichert Energie und zerreißt letztendlich bei genügend großer Energie. Zum Zeitpunkt dieses Aufbrechens werden Farbladungen ($q\bar{q}$ Paare) aus dem Vakuum erzeugt. Aus den Resten des Strings bilden sich Hadronen, wenn die Energie zum Zerreißen nicht mehr genügt [1]. Das String Modell ist in Abbildung 2.5 b) dargestellt.

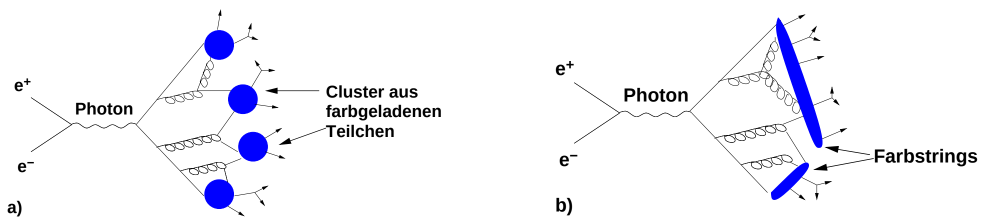


Abbildung 2.5: a) Das Cluster-Modell: farbgeladene Teilchen bündeln sich auf Grund des Farbstroms zu neutralen Clustern. b) Das String-Modell: der zwischen Quarks und Antiquarks ausgebildete Farbstring reißt beim Auseinanderziehen ab.

2.4 Bestimmung der starken Kopplungskonstante α_s

Um die starke Kopplungskonstante bestimmen zu können, werden in erster Linie Prozesse benötigt, an denen Gluonen beteiligt sind. Die Stärke der Kopplung dieser Gluonen an die farbgeladenen Teilchen entspricht der Größe der starken Kopplungskonstante. So ist beispielsweise der Wirkungsquerschnitt einer e^+e^- Annihilation mit drei Jets[8] im Endzustand (siehe Abbildung 2.6 links), bei der also eines der beiden Quarks im Endzustand ein Gluon abstrahlt, proportional zu α_s, da das Gluon mit der Stärke α_s an das Quark koppelt. $p\bar{p}$ Kollisionen, bei denen zwischen dem neu entstandenen $q\bar{q}$ Paar ein Gluon ausgetauscht wird, das jeweils mit der Stärke α_s an das Quark bzw. Antiquark koppelt, sind proportional zu α_s^2, wie in Abbildung 2.6 rechts erkennbar ist. Generell kann zwischen zwei verschiedenen Messgrößen unterschieden werden, mit Hilfe derer man die starke Kopplungskonstante bestimmen kann: *vollkommen inklusive Messgrößen* und *inklusive Messgrößen*.

[7]In dieser Diplomarbeit werden zumeist e^+e^- Reaktionen zur Erklärung von Theorie und Phänomenologie verwendet. Dies liegt an den einfacheren Sachverhalten in e^+e^- Reaktionen (keine Partondichtefunktion (PDF, Beschreibung des Aufbaus zusammengesetzter Teilchen), neutraler Anfangszustand, etc.). $p\bar{p}$ Reaktionen liefern prinzipiell jedoch identische Aussagen.

[8]Jets entstehen, wenn sich die Teilchen nach der Hadronisierung zu hochenergetischen Bündeln zusammen schließen. Die Entstehung von Jets wird in Kapitel 4 ausführlich behandelt.

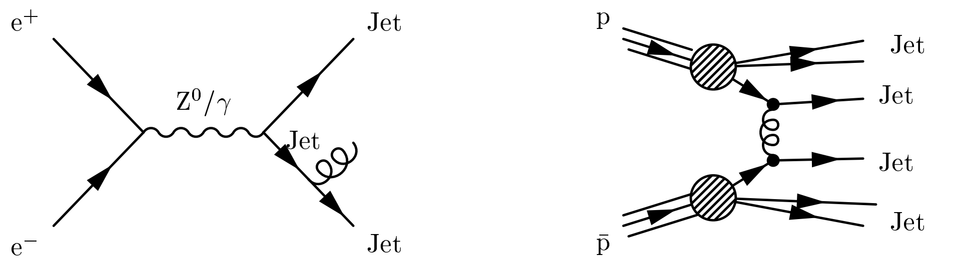


Abbildung 2.6: Links: reelle Gluonabstrahlung in einer e^+e^- Reaktion. Der Prozess ist proportional zu α_s. Rechts: $p\bar{p}$ Streuung mit (2+1) Jets im Endzustand $\sim \alpha_s{}^2$

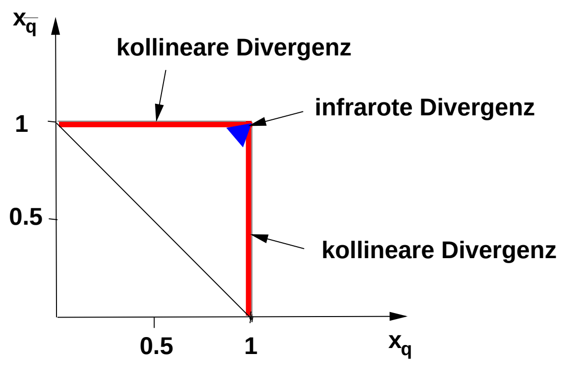
2.4.1 Vollkommen inklusive Messgrößen

Wirkungsquerschnitte oder Verzweigungsverhältnisse sind vollkommen inklusive Messgrößen. Der Vorteil bei der Bestimmung von α_s durch solche Messgrößen liegt in der Unabhängigkeit von Details im Endzustand. Das bedeutet die genaue Form des Endzustands muss bei der Bestimmung von α_s nicht berücksichtigt werden, man zählt lediglich Ereignisse. Der Nachteil liegt in der geringen Sensitivität auf α_s, da die starke Kopplungskonstante nur als Korrektur zu einem sonst dominierenden Term eingeht [1].
Der Gebrauch von vollkommen inklusiven Messgrößen in $p\bar{p}$ Reaktionen gestaltet sich als sehr schwierig. Zur Ermittlung des zugehörigen totalen Wirkungsquerschnittes müsste hier die next-to-leading-order (NLO), die proportional zu α_s^3 ist, berechnet werden. Aus diesem Grund wurden in dieser Analyse ausschließlich die im nächsten Abschnitt beschriebenen inklusiven Messgrößen zur Bestimmung der starken Kopplungskonstante herangezogen.

2.4.2 Inklusive Messgrößen

Als inklusive Messgrößen dienen Jet-Raten[9], Ereignisform- und Topologievariablen. Aufgrund ihrer direkten Proportionalität zu α_s sind sie sehr stark sensitiv auf die starke Kopplungskonstante. Jedoch sind inklusive Messgrößen abhängig von Details und Form des Endzustands, wie beispielsweise der Hadronisierung (vergleiche hierzu Abschnitt 2.3). Weiterhin können diese Messgrößen aufgrund von Divergenzen nur in bestimmten Bereichen des Phasenraums Anwendung finden, wie aus Abbildung 2.7 ersichtlich wird, und sie sind sehr stark von den verschiedenen Partondichtefunktionen[10] abhängig, bergen damit große systematische Unsicherheiten.

[9]Als Beispiel sei hier die 3-Jet-Rate R_3 angeführt, die die Zahl aller Ereignisse mit drei Jets im Endzustand im Verhältnis zu der Zahl aller Ereignisse mit Jets beschreibt.
[10]engl. parton density function (PDF), siehe Abschnitt 2.5.1.



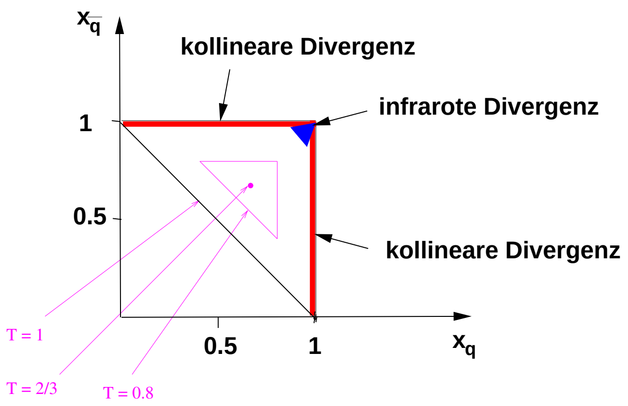


Abbildung 2.7: Oben: Divergenzen im $q\bar{q}$ Phasenraum. Unten: Gute Topologievariablen, wie hier zum Beispiel Thrust, schließen den divergenten Bereich im Phasenraum aus.

Am Beispiel einer e^+e^- Vernichtungsreaktion höherer Ordnung, wie sie in Abbildung 2.6 links gezeigt ist, kann mit Hilfe des zugehörigen differentiellen Wirkungsquerschnitts die starke Kopplungskonstante bestimmt werden. Der Wirkungsquerschnitt der e^+e^- Reaktion ergibt sich aus folgender Gleichung:

$$\frac{1}{\sigma_0} \frac{d^2\sigma}{dx_q dx_{\bar{q}}} = C_F \frac{\alpha_s}{2\pi} \frac{x_q^2 + x_{\bar{q}}^2}{(1-x_q)(1-x_{\bar{q}})} \tag{2.1}$$

Diese ist allgemein gültig, das heißt sie ist in abgeänderter Form auch für $p\bar{p}$ Reaktionen einsetzbar. σ_0 bezeichnet den Referenzwirkungsquerschnitt ohne Gluonabstrahlung (so genannter Born-Wirkungsquerschnitt), C_F ist der Farbfaktor und $x_q, x_{\bar{q}}$ sind die auf halbe Schwerpunktsenergien normierten Energien von Quark und Antiquark: $x = \frac{2E}{\sqrt{s}}$.

Ist der differentielle Wirkungsquerschnitt ermittelt, muss die inklusive Messgröße, in diesem Fall die Topologievariable F berechnet werden. F ist das Integral über den $q\bar{q}$ Phasenraum, gewichtet mit Gleichung (2.1) und der Definition der Größe F, die aus

$x_q, x_{\bar{q}}$ und $x_G = 2 - x_q - x_{\bar{q}}$ berechnet werden kann [1]. Damit ergibt sich in niedrigster Ordnung:

$$\frac{1}{\sigma_0}\,\frac{d\sigma}{dF} = \int_0^1\int_0^1 dx_q dx_{\bar{q}}\,[\frac{1}{\sigma_0}\,\frac{d^2\sigma}{dx_q dx_{\bar{q}}}]\;\delta(F - f_F(x_q, x_{\bar{q}}, x_G)) \;=$$

$$= A(F)\,\frac{\alpha_s}{2\pi} + O(\alpha_s{}^2) \;\;.$$

$\frac{1}{\sigma_0}\,\frac{d\sigma}{dF}$ kann dabei im Experiment durch einfaches Abzählen bestimmt werden:

$$\frac{1}{N}\frac{dN}{dF} \;=\; \frac{1}{\sigma_{tot}}\,\frac{d\sigma}{dF}\;, \tag{2.2}$$

wobei σ_{tot} der totale Wirkungsquerschnitt der Reaktion ist. $A(F)$ ist eine berechenbare Größe. Hieraus läßt sich letztendlich die starke Kopplungskonstante bestimmen.
Da Berechnungen für Topologiemessgrößen in den infraroten und kollinearen Bereichen des Phasenraums nicht verlässlich sind [1], schließen gute Topologievariablen, wie beispielsweise *Thrust*[11], diesen Bereich aus bzw. versehen ihn mit verschwindenden Gewichten. Solange also $T < 1$ gilt, bleiben die Berechnungen für Thrust von den Divergenzen des Phasenraums fern, wie in Abbildung 2.7 gezeigt wird.

2.5 Die Struktur des Protons

Ursprünglich betrachtete man das Proton als ein punktförmiges Teilchen. Durch genauere Untersuchungen, die in Anhang A besprochen werden, stellte man jedoch fest, dass das Proton (sowie auch sein Antiteilchen) aus Quarks zusammengesetzt ist: $p = uud$. Diese Quarks bezeichnet man als *Valenzquarks*. Weitere Untersuchungen zeigten eine noch viel kompliziertere dynamische Struktur des Protons: die Valenzquarks sind durch Gluonen aneinander gebunden (siehe Abbildung 2.8). Zusätzlich treten viele $\mathrm{q\bar{q}}$ Paare, die *Seequarks* auf. Die Konstituenten des Protons bezeichnet man als *Partonen*. Der genaue Aufbau des Protons wird durch so genannte Strukturfunktionen beschrieben.

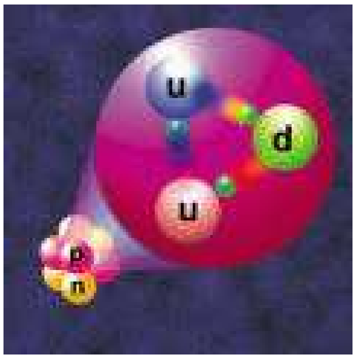


Abbildung 2.8: Der Aufbau des Protons.

[11] Thrust $T \;=\; \max\;\vec{n}\;\frac{\sum_i\,|\vec{p}_i\vec{n}|}{\sum_i\,|\vec{p}_i|}$. $\vec{p}_i$ bezeichnet die Impulse von (Anti)Quark und Gluon, $\vec{n}$ ist der so genannte Thrustvektor.

2.5.1 Struktur- und Partondichtefunktion

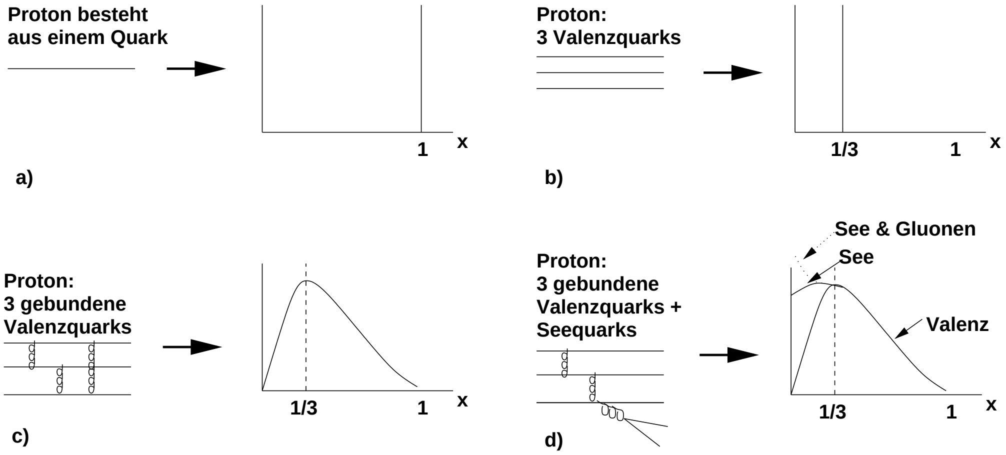


Abbildung 2.9: a) Strukturfunktion eines punktförmigen Teilchens. b) Strukturfunktion eines Teilchens bestehend aus drei punktförmigen Konstituenten. c) Strukturfunktion eines Teilchens aus drei gebundenen Quarks. d) Strukturfunktion des Protons, das aus Valenzquarks, Seequarks und Gluonen besteht.

Strukturfunktionen (siehe hierzu Abbildung 2.9) erklären den Aufbau der Nukleonen. Die Strukturfunktion $F_2(x)$, die in Gleichung (2.3) dargestellt ist, beschreibt dabei die exakte Struktur des Protons [6]. Mit der Erkenntnis, dass das Proton aus punktförmigen Konstituenten besteht, kann die Strukturfunktion als Überlagerung der Partonen i mit Ladung e_i und jeweiligem Impulsbruchteil x des Protonimpulses angesehen werden [1]:

$$F_2(x) = \sum_i e_i^2 \, x \, f_i(x) \tag{2.3}$$

$f_i(x)$ ist dabei die Impulsverteilung des i-ten Partons und entspricht der Wahrscheinlichkeit, dass das betreffende Parton den Bruchteil x des Protonimpulses trägt. Man bezeichnet $f_i(x)$ als *Partondichtefunktion* (PDF).
Die PDF wird in Abbildung 2.10 veranschaulicht. Hierbei treten zwei Partonen mit jeweiligen Impulsbruchteil x_1 und x_2 von Proton bzw. Antiproton in harte Wechselwirkung. Die genaue Impulsverteilung der Partonen ist dabei durch die zugehörige Partondichtefunktion $f_i(x_1)$ bzw. $f_j(x_2)$ gegeben. Aus den PDF kann letztendlich die Luminosität der Partonen für den harten Stoß ermittelt werden [5].
Der Wirkungsquerschnitt der harten Streuung hängt von der starken Kopplungskonstante α_s ab. α_s wiederum hängt vom Impulsübertrag p_T der harten Streuung ab.

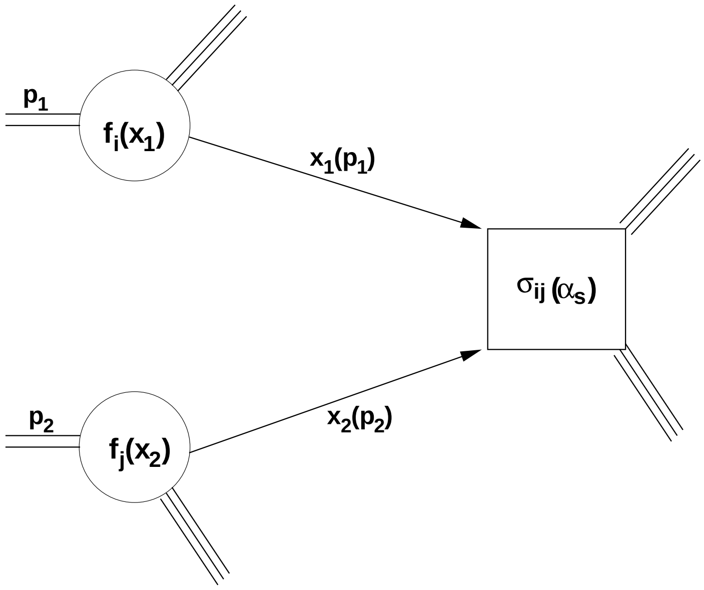


Abbildung 2.10: Veranschaulichung der PDF in einem $p\bar{p}$ Ereignis.

Kapitel 3

Der DØ Detektor

Das Forschungszentrum Fermilab (*Fermi National Accelerator Laboratory*) befindet sich ca. 50 km westlich von Chicago, U.S.A. Es wurde nach dem Physiker Enrico Fermi benannt.

Der Hauptbeschleunigerring des Fermilab ist das Tevatron, ein Ring mit 6.4 km Umfang, der in Abbildung 3.1 zu sehen ist. Das Tevatron erreicht seit dem Beginn von Run II[1] eine Schwerpunktsenergie von $\sqrt{s} = 1.96$ TeV und ist damit der zur Zeit höchstenergetischste Teilchenbeschleuniger der Welt. Es kollidieren Protonen mit Antiprotonen, die in entgegengesetzter Richtung in den Ring eingeschossen und beschleunigt werden. Die Kollision findet in zwei Wechselwirkungsregionen statt, die von dem CDF Detektor bzw. von dem DØ Detektor umgeben sind.

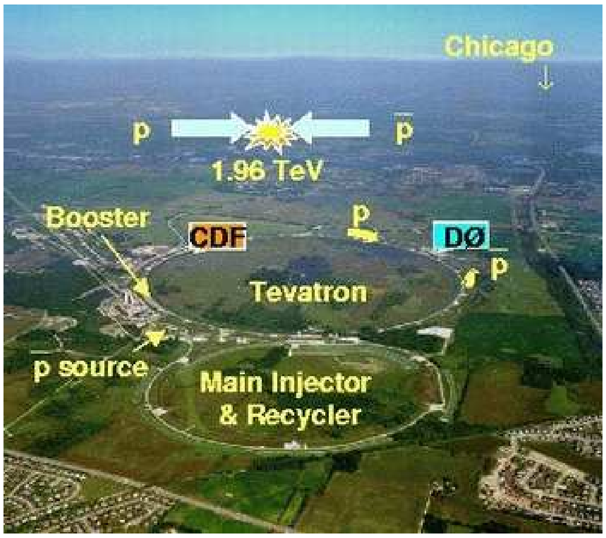


Abbildung 3.1: Das Fermilab in der Nähe von Chicago. Zu sehen sind der Hauptbeschleunigerring, das Tevatron, sowie der so genannte *Main Injector*, mit dem die Teilchen in den Beschleuniger eingeschossen werden.

[1] Der Run II des Tevatron wurde im März 2001 gestartet und wird frühestens im Jahr 2008 zu Ende sein.

Bevor die eigentliche Kollision der Protonstrahlen stattfindet, müssen die Protonen erzeugt werden. Dies geschieht durch die sukzessive Beschleunigung negativ geladener Wasserstoffatome H^- bis auf etwa 400 MeV und anschließender Abtrennung der Elektronen. Im weiteren Verlauf werden die Protonen im so genannten "Booster"-Synchroton bis auf ca. 8 GeV beschleunigt. Danach gelangen sie in den "Main Injector" und werden dort weiter auf 150 GeV beschleunigt, bevor sie letztendlich in den Hauptbeschleunigerring eingeschossen werden, in dem sie eine Energie von 0.98 TeV erreichen.
Zur Erzeugung von Antiprotonen werden Protonen des Main Injectors verwendet. Dabei werden Bündel von Protonen auf ein festes Ziel (*fixed target*) aus Nickel oder Kupfer gelenkt. In der anschließenden Kollision werden Antiprotonen produziert, wobei die Kollisionsenergie so gewählt wird, dass die Energie der hervorgehenden Antiprotonen in etwa 8 GeV beträgt. Um ein Antiproton dieser Energie zu erzeugen, werden ungefähr 50000 Protonen benötigt.
Mit Hilfe eines sehr komplexen Systems aus Lithium-Stromlinsen und weiteren magnetischen Linsen werden die Antiprotonen anschließend fokussiert und in einen Speicherring (*Debuncher*) geleitet, in welchem man sie in einen kontinuierlichen Strahl mit einer Energie von etwa 8 GeV transformiert und ihre transversale Bewegungsenergie reduziert (kühlt). Im nächsten Schritt erfolgt die Weiterleitung dieses Antiprotonstrahls in einen weiteren Speicherring, den *Accumulator*. Dort wird der Strahl in mehrere Bündel unterteilt. Haben sich genügend Teilchen im Accumulator angesammelt, werden diese weiter in den Main Injector geleitet, dort beschleunigt und zuletzt in entgegengesetzter Richtung zu den Protonen in den Hauptbeschleunigerring eingebracht.

3.1 Aufbau und Funktionalität des DØ Detektors

Der DØ Detektor, der in Abbildung 3.2 gezeigt ist, ist ein vielschichtiger Apparat zur Messung eines breiten Spektrums von Informationen über die $p\bar{p}$ Wechselwirkung, wie beispielsweise Energie und Impuls der vom Wechselwirkungspunkt kommenden Teilchen.
Er gliedert sich in drei Subsysteme. Von innen nach außen sind dies:

- das Spurrekonstruktionssystem,
- das Kalorimeter,
- der Myondetektor.

Der Punkt, an dem die Protonstrahlen kollidieren, wird von den Spurrekonstruktions-Detektoren umgeben. Das System besteht aus dem Silizium-Vertex-Detektor (SMT) und dem zentralen Fibre Tracker[2] (CFT), die die Spuren geladener Teilchen rekonstruieren.
Der innerste Teil, der SMT, besteht aus mehreren Lagen von Silizium Detektoren, mit denen ein Gesamtbereich von $|\eta| < 3$ abgedeckt werden kann. η ist die Pseudorapidität

$$\eta = -\ln(\tan\frac{\theta}{2}) \ .$$

[2] zu deutsch: Faserspurdetektor

Sie wird in Anhang B näher erklärt. θ ist der Winkel zur Strahlachse. Eine genaue Beschreibung des Silizium-Vertex-Detektors findet sich in [7].
Der zentrale Fibre Tracker besteht aus ungefähr 77000 szintillierenden Fasern, die einen Durchmesser von etwa 0.8 *mm* haben. Er umgibt den SMT in acht konzentrischen Zylindern. Jede Lage besteht aus Fasern, die parallel zur z-Achse ausgerichtet sind, sowie weiteren Lagen von Fasern in einem Winkel von $\pm 3°$ zur z-Achse. Somit sind Stereo-Messungen zur Ermittlung der Teilchenkoordinaten entlang der z-Achse möglich. Um die Signale auslesen zu können, sind die Fasern mit Photodetektoren verbunden.
Das gesamte Spurrekonstruktionssystem ist von einem Magnetfeld von etwa 2 T umgeben, was eine Krümmung der Teilchenspuren verursacht. Aus dieser Krümmung kann der Impuls der Teilchen abgeleitet werden.
Die Kombination von Silizium-Vertex-Detektor und zentralem Fibre Tracker erreicht eine Impulsauflösung von $\frac{\Delta p_T}{p_T^2} = 0.002\ \mathrm{GeV}^{-1}$ für hochenergetische geladene Teilchen [8].

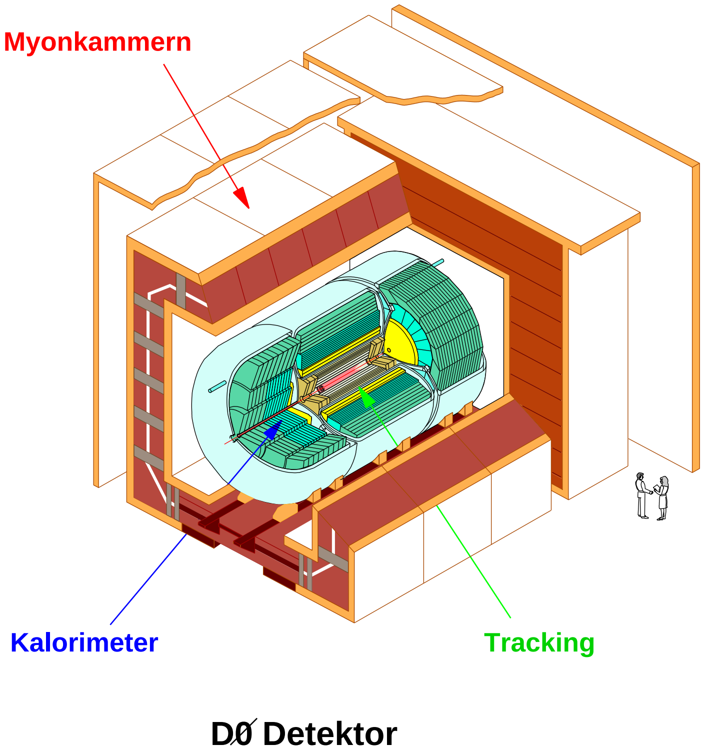


Abbildung 3.2: Schematische Ansicht des DØ Detektors.

Das Kalorimeter (siehe Abbildung 3.3) ist die hauptverantwortliche Detektorkomponente für die Messung von Jets. Es ist aus aufeinander folgenden Lagen von Uran und flüssigem Argon aufgebaut. Seine Hauptaufgabe ist die Erfassung von Teilchen und die Messung ihrer Energie. Teilchen, die in das Kalorimeter fliegen, wechselwirken mit dem Uran und verursachen einen Teilchenschauer. Diese Sekundärteilchen ionisieren das flüssige Argon, wodurch es zu einem Signal kommt. Eine explizitere Beschreibung des Kalorimeters erfolgt im nächsten Abschnitt.

Der Myondetektor ist verantwortlich für die Identifikation von Myonen. Diese sind die einzigen geladenen Teilchen, die das massive Kalorimeter (mit hoher Wahrscheinlichkeit) durchdringen können und dann im Myondetektor erfasst werden. Myonen sind keine stabilen Teilchen, ihre Lebensdauer ist jedoch lang genug, dass sie den Detektor verlassen können. Sie sind Leptonen und erzeugen folglich keinen hadronischen Schauer. Des Weiteren sind sie - im Vergleich zu Elektronen - sehr schwere Teilchen und haben damit eine nur geringe Bremsstrahlungswahrscheinlichkeit. Sie produzieren daher nur sehr selten elektromagnetische Schauer. Aus diesen Gründen werden hochenergetische Myonen nicht im Kalorimeter absorbiert.
Das Myon-Spektrometer liegt außen am Detektor und umschließt alle anderen Komponenten. Es ist aus den zentralen und den vorwärts ausgerichteten Myondetektoren aufgebaut, die in Eisen, das durch Toroidspulen magnetisiert wird, eingebettet sind. Das Myonsystem liefert unter anderem Informationen über das Eindringen kosmischer Strahlung, die für die Experimente einen unerwünschten Untergrund darstellt.
Die zentralen Myondetektoren bestehen neben den Szintillatoren, die für die Detektion kosmischer Strahlung bzw. für den Ereignis Trigger verantwortlich sind, hauptsächlich aus einer Vielzahl von Proportionaldriftkammern. Die vorwärts ausgerichteten Detektoren setzen sich aus so genannten “Mini-Driftkammern” (MDT) und Pixelszintillatoren zusammen.
Es treten pro Sekunde in etwa $2 \cdot 10^6$ $p\bar{p}$ Ereignisse im Detektor auf. Daher wird ein System benötigt, das die Ereignisse selektiert, um nicht alle registrierten Ereignisse auch speichern zu müssen. Dies geschieht durch das Trigger System. Es entscheidet, ob ein Ereignis interessant genug ist, um es zu behalten.

3.2 Das Kalorimeter

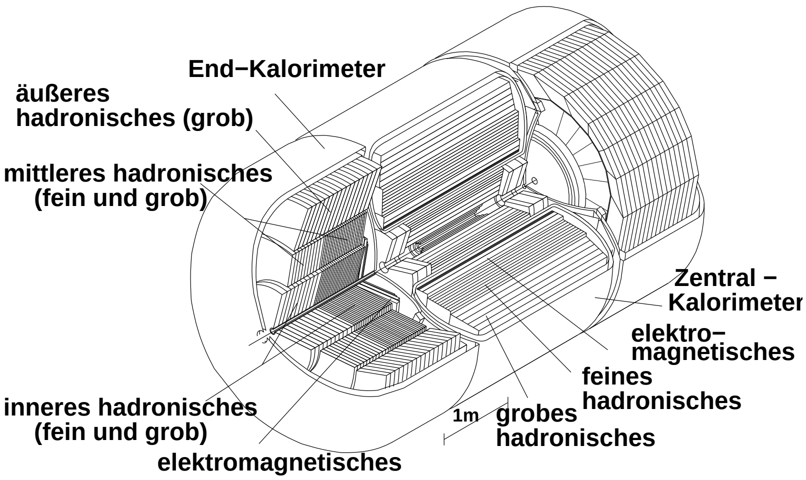


Abbildung 3.3: Kalorimeter mit flüssigem Argon als aktives Medium.

Das Kalorimeter ist in Abbildung 3.3 dargestellt und besteht aus drei separaten Kryostaten, welche das Zentralkalorimeter und die beiden Endkappenkalorimeter enthalten [9].
Die gesamte Anordnung kann zusätzlich in zwei Sektionen unterteilt werden, der elektromagnetischen und der hadronischen. Das elektromagnetische Kalorimeter ist feiner segmentiert. Es misst vor allem die Energie von Elektronen und Photonen, verbessert insbesondere für Photonen die Positionsbestimmung des primären Vertex [9] aufgrund der durch longitudinale Segmentierung verfügbaren Richtungsinformationen und erfasst bereits hier beginnende hadronische Schauer, die sich im hadronischen Kalorimeter fortsetzen. Das hadronische Kalorimeter detektiert die Energie der Hadronen, wenn sie mit dem Material des Kalorimeters wechselwirken.
Das Kalorimeter ist in pseudoprojektive Türme[3] unterteilt (siehe Abbildung 3.4). Diese Zellstruktur mit seiner Granularität von etwa 0.1×0.1 in η und Φ liefert eine exzellente Auflösung der Schauerposition, wobei Φ der Azimuthwinkel ist.
Das zentrale Kalorimeter erreicht zusammen mit den Kalorimeter Systemen in Vorwärtsrichtung (bezüglich der Pseudorapidität) eine Abdeckung von

$$|\eta| = |-\ln{(\tan\frac{\theta}{2})}| < 4$$

Jets können über die im Kalorimeter deponierte Energie rekonstruiert werden. Die Energieauflösung für Jets liegt bei etwa $\frac{80\%}{\sqrt{E[\mathrm{GeV}]}}$ [9]. Die Jetrekonstruktion wird in Kapitel 4 beschrieben.

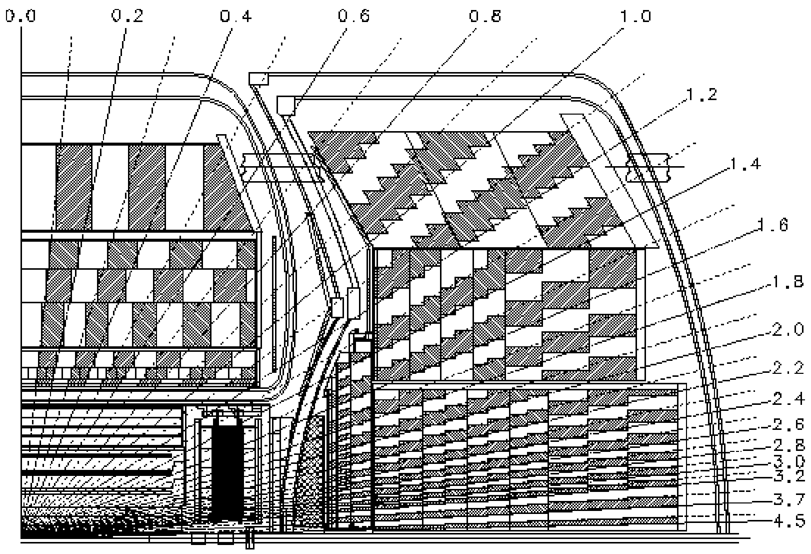


Abbildung 3.4: Ein Quadrant von DØ Kalorimeter und Driftkammer, projeziert in die $x-z$ Ebene. Die radialen Linien illustrieren die Detektor Pseudorapidität und die pseudoprojektive Geometrie der Kalorimeter Tower. Die Tower haben im Durchschnitt die Größe $\Delta\eta \times \Delta\Phi = 0.1 \times 0.1$ [10].

[3] engl.: Tower

Ebenfalls zu erwähnen sind die zentralen und vorwärts gerichteten "Preshower"-Detektoren (CPS und FPS). Das CPS ist an der Außenseite der magnetischen Spule angebracht, das FPS ist vor den Endkappen positioniert. Sie verbessern die Identifikation von Elektronen und Photonen, indem sie zusätzliche Messungen für die Energiedeposition pro Längeneinheit $\frac{dE}{dx}$ liefern. Des Weiteren wird eine Abschätzung des Energieverlustes der Teilchen vor dem Eintritt in das Kalorimeter geliefert. Die Preshower-Detektoren decken einen Bereich von bis zu $|\eta| \approx 2.5$ ab und bestehen aus flachen Bleiabsorbern und multiplen Lagen von Szintillatoren.
Die zwischen den Kryostaten gelegenen Interkryostat-Detektoren liefern Informationen über den Energieverlust zwischen den zentralen und Endkappenkryostaten [9]. Dies ist eine wichtige Information für die Messung und Erfassung von Jets, die die Kryostat Region überspannen.

Kapitel 4

Der k_T Algorithmus

Für diese Diplomarbeit wurden $p\bar{p}$ Reaktionen in Monte-Carlo Simulationen untersucht. Aus den entstandenen Teilchenbündeln (Jets) wurden die 3-Jet-Rate, welche das Anzahlverhältnis von Reaktionen mit drei Jets zu allen Reaktionen mit Jets ist, und daraus der Verlauf der starken Kopplungskonstante bezüglich des Transversalimpulsübertrags ermittelt.
Ziel dieses Kapitels ist zu erläutern, wie aus den erzeugten Teilchen Jets entstehen und welche Kriterien erfüllt sein müssen, damit ein Teilchen einem bestimmten Jet zugeordnet wird. Zu diesem Zweck wird der k_T Algorithmus [11] vorgestellt und mit dem an Hadroncollidern häufig verwendeten Cone Algorithmus [4, 12, 13] verglichen.

4.1 Die Entstehung von Jets

Protonen sind zusammengesetzte Teilchen, sie bestehen aus Partonen (siehe Kapitel 2). Bei hochenergetischen Kollisionen von p und $\bar{p}$ wechselwirken daher die Bestandteile der Protonen miteinander, nicht aber die Protonen als Ganzes.
Treffen p und $\bar{p}$ aufeinander, treten im Idealfall zwei Partonen miteinander in harte Wechselwirkung und tauschen ein Gluon aus. Dabei entstehen zwei neue Partonen.

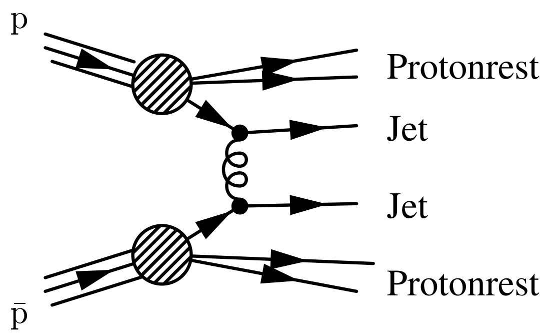


Abbildung 4.1: $p\bar{p}$ Streuung: Gezeigt ist die harte $2 \to 2$ Streuung zwischen den Partonen des einlaufenden $p\bar{p}$ Paares.

Abbildung 4.1 zeigt diesen harten $2 \rightarrow 2$ Streuprozess.
Das neue Partonpaar beginnt unmittelbar nach seiner Entstehung Gluonen abzustrahlen, die weiter Gluonen abstrahlen oder in Quark-Antiquark Paare aufspalten können. Dadurch wird ein Partonschauer erzeugt, der Bündel hochenergetischer Teilchen, so genannter “final state Partonen”[1] ausbildet. Bereits hier liegt also die Jetstruktur der Teilchen in Form von Partonjets vor. Nach weiterer Hadronisierung rekombinieren diese Partonen, es bilden sich zusätzliche Teilchen. Die Hadronisierung hat jedoch keine bedeutende Auswirkung auf die Struktur der Jets.
In Abbildung 4.2 wird der $p\bar{p}$ Streuvorgang in allen Stadien dargestellt. Gezeigt wird das Stadium in dem die Jets aus Quarks und Gluonen bestehen (Partonjets). Es folgt das Stadium der Hadronisierung, welche Jets aus stabilen Hadronen, wie beispielsweise Pionen und Kaonen bildet. Im letzten Stadium, dem Kalorimeter Stadium, bestehen die Jets aus den gemessenen Objekten im Kalorimeter [14].

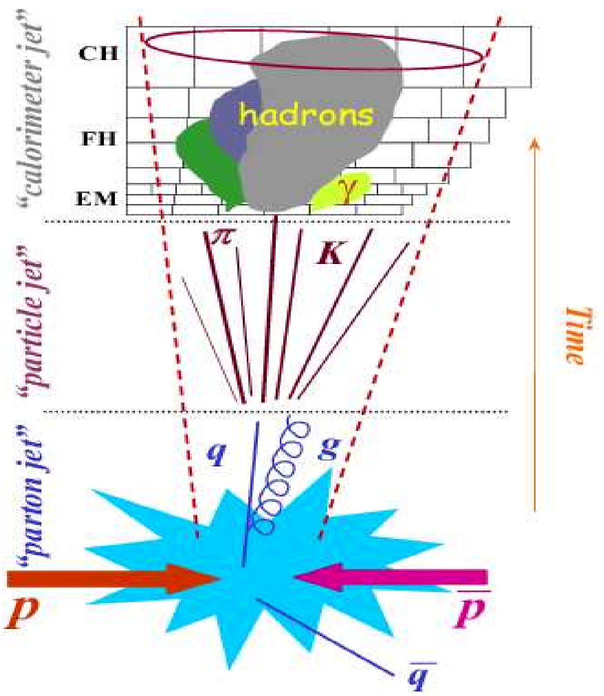


Abbildung 4.2: $p\bar{p}$ Streuung. Aus dem anfänglichen Partonenpaar bilden sich Jets. Erkennbar ist das Stadium vor der Hadronisierung (Partonjets), nach der Hadronisierung (Teilchen- bzw. Hadronjets) sowie das der Kalorimeterjets, in dem die Teilchenbündel aus den Energieeinträgen der Hadronen im Kalorimeter bestehen. [12]

Um die rekonstruierten Teilchen verschiedenen Teilchenschauern zuzuordnen, muss ein Jet Algorithmus eingesetzt werden. In dieser Diplomarbeit wurde hierfür der k_T Algorithmus verwendet. Die genaue Vorgehensweise wird in den folgenden Abschnitten beschrieben.

[1] englisch für Partonen im Endzustand, also Quarks und Gluonen vor der Hadronisierung.

4.2 Rekonstruktion von Jets mit dem k_T Algorithmus

Der k_T Algorithmus kann nicht nur bei der Kollision von Hadronen angewandt werden, sondern ebenso zur Jetrekonstruktion in e^+e^- Reaktionen. Abhängig von der Art der kollidierenden Teilchen und von der Physik, die man hierbei beobachten möchte, gibt es zwei verschiedene Rekonstruktionsmoden, in denen der Algorithmus betrieben werden kann [11]:

a) Der inklusive Modus: Er wird zumeist für e^+e^- Reaktionen verwendet. Da Elektronen keine zusammengesetzten Teilchen sind und daher nicht auf "Elektronenreste" geachtet werden muss, die versehentlich den Jets zugeordnet werden könnten, werden dem Algorithmus alle Objekte im Endzustand als Input übergeben. Als Jetauflösungsparameter und gleichzeitiger Abbruchparameter des Algorithmus dient

$$y_{Cut} = \frac{E_{cut}^2}{Q_0^2}$$

wobei Q_0^2 das Impulsübertragsquadrat ist. E_{cut}^2 ist im Allgemeinen eine frei wählbare Energie.

b) Der exklusive Modus: In ihm wird der harte Endzustand explizit vom Protonrest getrennt [11]. Der Protonrest kann dadurch nicht irrtümlich einem Jet im Endzustand zugeordnet werden. Die Jets im harten Endzustand werden durch den Abbruchparameter d_{Cut} definiert. Er ist ein Abstandsmaß im Impulsraum mit der Einheit GeV^2 und entspricht dem maximalen Abstand zwischen zwei Teilchen. Der d_{Cut} definiert die harte Skala des Prozesses und kann folgendermaßen abgeschätzt werden:

$$\Lambda_{QCD}^2 \ll d_{Cut} \leq s$$

Λ_{QCD} bezeichnet den einzigen freien Parameter der QCD, der im Bereich einiger hundert MeV liegt, s steht für die Schwerpunktsenergie der harten Streuung.
Für $d_{Cut} \rightarrow \Lambda_{QCD}^2$ werden alle Teilchen im Ereignis als Jets klassifiziert. Da der Abstand zwischen zwei Teilchen in jedem Fall größer null ist und somit im Fall $d_{Cut} \rightarrow \Lambda_{QCD}^2$ die Bedingung $d_{ij} < d_{Cut}$ nicht mehr erfüllt ist[2], bricht der Algorithmus ab, bevor mehrere Teilchen zu einem Jet zusammengefasst werden können.
Für einen großen Wert von d_{Cut} hingegen wird die Jetmultiplizität im Ereignis gegen eins gehen, da mit dem d_{Cut} auch die Größe der Jets gegen unendlich geht und somit im Grenzfall $d_{Cut} \rightarrow \infty$ alle Teilchen zu einem einzigen Jet zusammengefasst werden.

Der Unterschied zwischen a) und b) liegt in der Definition der harten Jets im Endzustand und ihrer Trennung vom Protonrest [11]. In dieser Analyse wurde der k_T Algorithmus ausschließlich im exklusiven Modus betrieben.
Zusätzlich zu dieser Festlegung können noch Jetauflösungsvariablen (Winkeldefinitionen) und Rekombinationsschemata ausgewählt werden:

[2] d_{ij} ist die Abstandsfunktion zwischen zwei Teilchen i und j und wird bei der Besprechung des Algorithmus genauer charakterisiert.

Das Abstandsmaß:

Um die Auflösung der Jets festzulegen, wurde das "ΔR-Schema" (Das ΔR-Schema entspricht der Einstellung *angle = 2* in [11]) ausgewählt. Dies ist die Standardeinstellung und entspricht der Auflösung für Conejets[3]. Dabei gilt für den Abstand des Teilchens i zur Strahlachse [11]:

$$d_{iB} = p_{Ti}^2 \tag{4.1}$$

B steht hierbei für *Beam*, also Protonstrahl. p_{Ti} ist der Transversalimpuls des i-ten Teilchens zur Protonstrahlachse.
Der Abstand zwischen zwei Teilchen i und j beträgt:

$$d_{ij} = \min(p_{Ti}^2, p_{Tj}^2) \cdot \Delta R_{ij}^2 \tag{4.2}$$

wobei gilt:

$$\Delta R_{ij}^2 = (\eta_i - \eta_j)^2 + (\Phi_i - \Phi_j)^2 \tag{4.3}$$

$\eta_{i/j}$ bezeichnet die Pseudorapidität des i-ten bzw. j-ten Teilchens, $\Phi_{i/j}$ ist der Azimuthwinkel von Teilchen i/j im Detektor.

Das Rekombinationsschema:

Das Rekombinationsschema definiert, wie zwei Objekte i und j zu einem einzelnen Objekt mit dem Viererimpuls p_{ij} zusammengefügt werden. Von fünf möglichen Schemata wurde für diese Analyse das "E_T-Schema " (*recom = 4* in [11]) verwendet. Dabei gilt [11]:

$$E_{T,ij} = E_{Ti} + E_{Tj} \tag{4.4}$$

$$\eta_{ij} = \frac{E_{Ti}\eta_i + E_{Tj}\eta_j}{E_{T,ij}} \tag{4.5}$$

$$\Phi_{ij} = \frac{E_{Ti}\Phi_i + E_{Tj}\Phi_j}{E_{T,ij}} \tag{4.6}$$

Die Rekonstruktion:

Nach dem Festlegen der verschiedenen Einstellungen kann die Zuordnung der Teilchen zu den Jets beginnen. Der Algorithmus beginnt hierfür mit einer Liste so genannter Energie Pre-Cluster, die aus Kalorimeterzellen, Partonen im Endzustand oder Teilchen nach der Hadronisierung gebildet werden [14]. Die Entfernung zwischen diesen Pre-Clustern ist durch ihre Pseudorapidität η und ihren Azimuthwinkel ϕ gegeben:

$$\Delta R = \sqrt{\Delta\eta^2 + \Delta\phi^2} \tag{4.7}$$

Die Jetrekonstruktion läuft dann in folgenden Schritten ab, wie auch aus Abbildung 4.3 ersichtlich wird:

[3] Conejets sind Jets, die durch den Cone Algorithmus rekonstruiert wurden. Der Cone Algorithmus ist der am häufigsten verwendete Jet Algorithmus an Hadroncollidern.

a) Für jedes Objekt i in der Liste der Teilchen definiert der Algorithmus die Größe $d_{ii} = p_{Ti}^2$, wobei p_T der Impuls senkrecht zur Strahlachse (Transversalimpuls) ist. Für jedes Teilchenpaar i und j wird zusätzlich eine Abstandsfunktion $d_{ij} = \min(p_{Ti}^2, p_{Tj}^2)\frac{\Delta R_{ij}^2}{D^2}$ bestimmt. Dabei ist D ein Skalierungsparameter, der die Größe der Jets bestimmt. Er ist dimensionslos und wurde für diese Analyse standardmäßig auf 1.0 gesetzt [11].

b) Ist das Minimum aus allen d_{ii} und d_{ij} gleich der Abstandsfunktion d_{ij}, werden die Objekte i und j zu einem Pseudoteilchen k rekombiniert. Danach beginnt der Algorithmus von vorne.
Ist das Minimum nicht d_{ij}, sondern d_{ii}, dann wird das Objekt i als Jet definiert und aus der Liste der Teilchen entfernt.
Sind alle d_{ij} bzw. d_{ii} größer als der Abbruchparameter d_{Cut}, dann bricht der Algorithmus ab, die Jetrekonstruktion ist beendet und alle verbleibenden Teilchen in der Liste sind die gesuchten Jets.

c) Der Algorithmus beginnt solange von vorne, bis keine Objekte mehr in der Liste der Teilchen vorhanden sind oder die d_{ij} bzw. d_{ii} größer als der Abbruchparameter sind.

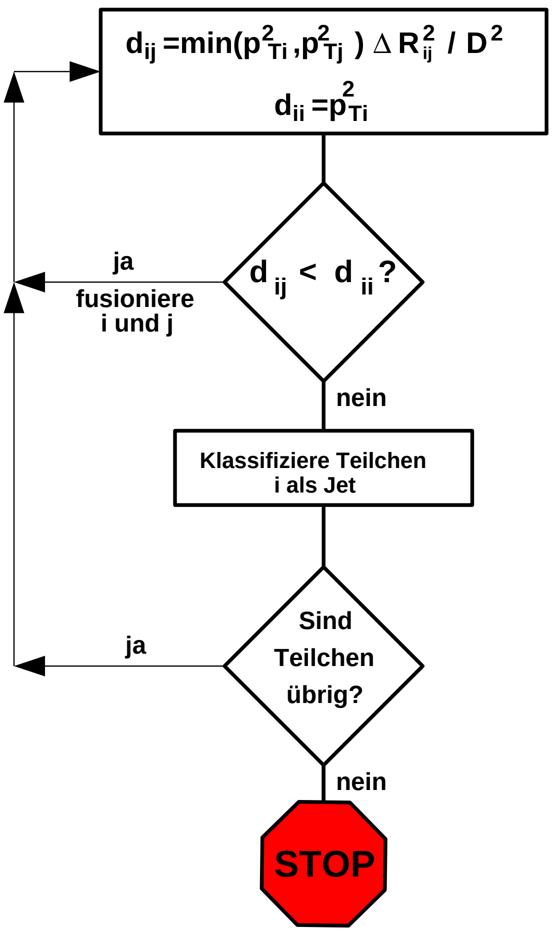


Abbildung 4.3: Die einzelnen Rekonstruktionsschritte des k_T Algorithmus.

Der Algorithmus fasst also nach und nach Paare nahe gelegener Objekte zusammen, wobei die Nähe der Objekte zueinander durch einen ähnlichen Transversalimpuls und ähnliche Richtung der Teilchen definiert ist. Allgemein wird ein Objekt einem Jet zugeordnet, falls es deutlich von allen anderen Objekten getrennt ist. Der Auflösungsparameter d_{Cut} charakterisiert näherungsweise die Größe der resultierenden Jets [14]. Abbildung 4.4 illustriert anschaulich die Jetrekonstruktion in einem harten $p\bar{p}$ Ereignis.

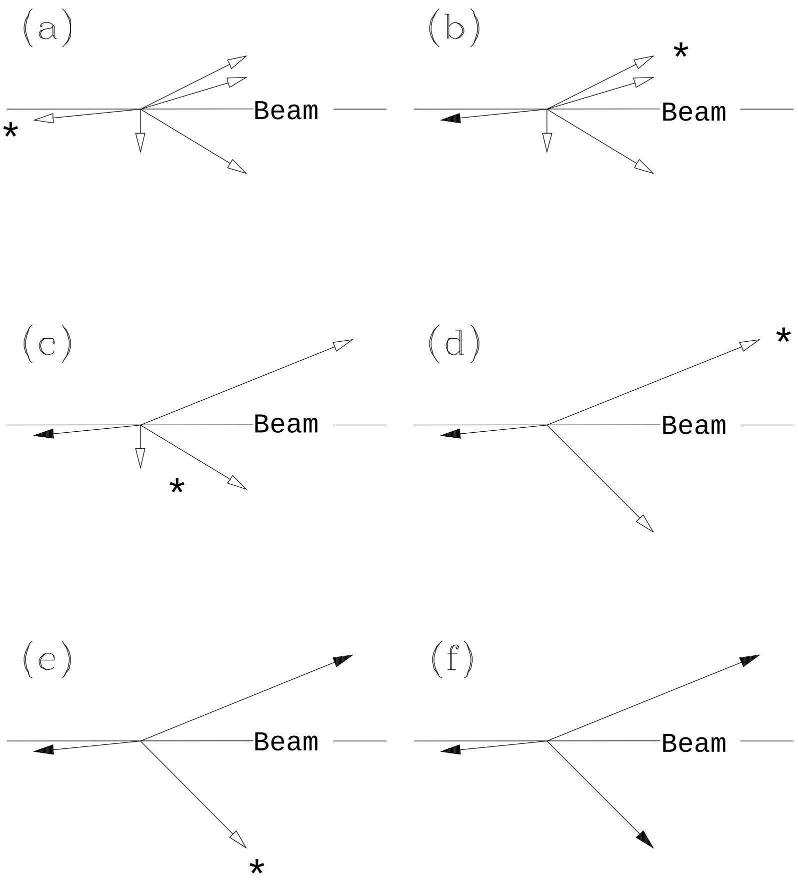


Abbildung 4.4: Sukzessive Iteration des k_T Algorithmus zur Rekonstruktion von Jets in einem harten $p\bar{p}$ Ereignis. (a) Die Pfeile repräsentieren eine Liste von Objekten. (b) - (f) Die ausgefüllten Pfeile stellen finale Jets dar, die nicht ausgefüllten Pfeile stehen für Objekte, die noch keinem Jet zugeordnet wurden. Die Sternchen weisen auf das Objekt hin, das im jeweiligen Iterationsschritt ein relevanter Kandidat für einen Jet ist. [14]

Am Ende liefert der Jet Algorithmus eine Liste von Jets, die durch $\Delta R > D$ voneinander getrennt sind. Da die Teilchen aus den $p\bar{p}$ Reaktionen in dieser Analyse in final-state Partonen und langlebige Teilchen (Hadronen) aufgeteilt wurden, bevor ihre Vektorlisten dem Algorithmus übergeben wurden, entstehen am Ende zwei verschiedene Jetlisten für Parton- und Hadronjets. Daraus ergibt sich die Möglichkeit, die Größe der Hadronisierungskorrekturen zu bestimmen. Mit diesen Korrekturen können die später aus dem Detektor gemessenen Hadronjets auf Partonniveau korrigiert werden, was erst den Vergleich mit der Theorie ermöglicht. Hierauf wird in Kapitel 5 näher eingegangen.

4.3 Vergleich zwischen k_T Algorithmus und Cone Algorithmus

An Hadroncollidern wird fast ausschließlich der Cone Algorithmus zur Rekonstruktion von Jets eingesetzt. Mit dem k_T Algorithmus wurden vergleichsweise wenige Erfahrungen gesammelt, zudem war er in großen Teilen der DØ Software noch nicht oder zumindest nicht vollständig implementiert. Der k_T Algorithmus hat jedoch einige entscheidende Vorteile gegenüber dem Cone Algorithmus. So ist er zum Beispiel infrarot und kollinear sicher in jeder Ordnung der Störungstheorie [14], er ist weniger abhängig von hadronischen Korrekturen und produziert keine überlappenden Jets. Zudem werden der Protonrest sowie Fragmente aus der Streuung mit geringem p_T von den Jets abgetrennt [11] und können somit nicht das Endergebnis, die finalen Jets, verfälschen. Im Vergleich dieser beiden Algorithmen ergibt sich folgendes Bild: Beim Cone Algorithmus werden all jene Teilchen zu einem Jet zusammengefasst, die in einem Konus mit festem Radius $R = \sqrt{\Delta\eta^2 + \Delta\Phi^2}$ liegen. Teilchen außerhalb dieses Konus, also ohne eine bestimmte Winkelbeziehung zueinander, werden grundsätzlich als nicht mehr dem Jet zugehörig betrachtet, wie aus Abbildung 4.5 ersichtlich ist.

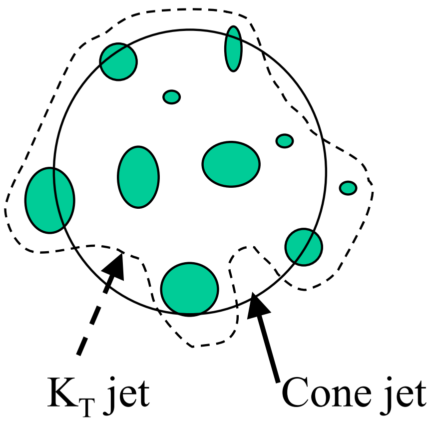


Abbildung 4.5: Ein Vergleich zwischen k_T und Cone Algorithmus. Der k_T Algorithmus sortiert die Teilchen abhängig von ihrem Transversalimpuls und passt sich dynamisch den Jets an. [12]

Daraus resultiert eines der Hauptprobleme des Cone Algorithmus. Da der ganze Detektorbereich mit virtuellen Konen abgedeckt werden muss, passiert es, dass Teilchen nicht mehr eindeutig einem Jet zugeordnet werden können. Es kommt zu überlappenden Jets (siehe Abbildung 4.6). Daher müssen oft willkürliche Prozeduren angewandt werden, um die überlappenden Jets voneinander zu trennen oder sie zusammen zu fassen. Zudem sind theoretische Vorhersagen, die in next-to-leading-order (NLO) berechnet wurden, nicht infrarot sicher [14], zeigen also eine gewisse Empfindlichkeit bezüglich weicher Strahlung[4]. Des Weiteren muss ein so genannter “ad

[4] Unter weicher Strahlung versteht man nieder-energetische Strahlung.

hoc Parameter” R_{sep} eingeführt werden, um die Unterschiede zwischen der Jetdefinition auf Parton- und Detektorniveau ausgleichen zu können [14, 15].

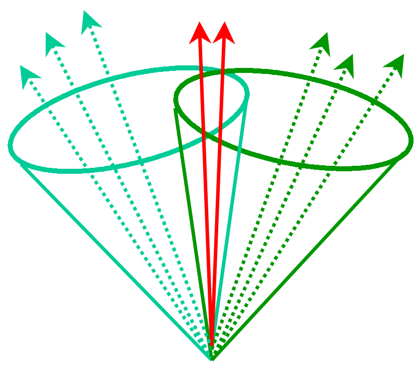


Abbildung 4.6: Durch den Cone Algorithmus werden die Teilchen abhängig von ihrem Winkel zueinander sortiert. Dies führt zu sich überlappenden Jets. [12]

Beim k_T Algorithmus ist die Zuordnung der Teilchen zu einem Jet viel dynamischer. Es werden Teilchen zusammengefasst, die einen ähnlichen Transversalimpuls und eine ähnliche Richtung haben. Somit werden auch Objekte geclustert, die vom Cone Algorithmus bereits ausgeschlossen wurden, wie Abbildung 4.5 illustriert. Da jedes Objekt eindeutig einem Jet zugewiesen wird, ist keine weitere Trennung oder Zusammenfassung nötig [14]. Auch ein “ad hoc Parameter” wird hier nicht benötigt, da derselbe Algorithmus auf experimentellem und theoretischem Niveau angewandt wird. Dadurch, dass der Abstand zwischen den Teilchen durch ihren Transversalimpuls charakterisiert wird, ist die Größe der resultierenden Jets dynamisch.
Der k_T Algorithmus ist eine Alternative zum Cone Algorithmus, die viele Vorteile mit sich bringt. Er ist bei der Analyse von e^+e^- Reaktionen bereits sehr etabliert, an Hadroncollidern wird er jedoch bis jetzt noch nicht so umfassend verwendet, wie der Cone Algorithmus.

Kapitel 5

Ereignis-Generation mit PYTHIA

Die Simulation von Ereignissen ist ein Kernelement in vielen Analysen. Sie läuft in verschiedenen Schritten ab. Zunächst werden die gewünschten Prozesse - im Falle dieser Analyse QCD-Prozesse - abhängig von den berechneten Matrixelementen mit Hilfe von Zufallsgeneratoren erzeugt. Die dabei generierte Teilchenliste entspricht dem Partonniveau. Nach zusätzlicher Anwendung von Hadronisierungsmethoden[1] erhält man letztendlich die langlebigen Endzustände des Ereignisses.
Für diese Diplomarbeit wurden zwei verschiedene Programme zur Simulation von $p\bar{p}$ Ereignissen verwendet: der Monte-Carlo Generator PYTHIA und das numerische Integrationsprogramm NLOJet++. Im folgenden wird die Ereignis-Generation mit PYTHIA 6.2 beschrieben, Simulationen mit NLOJet++ werden im anschließenden Kapitel behandelt.

5.1 Das PYTHIA 6.2 Programm

Der PYTHIA Monte-Carlo Generator [16] ist ein sehr vielseitiges Programm, das in der Hochenergiephysik oft zur Generierung von hadronischen Ereignissen benutzt wird. Der Hauptteil der erzeugten Teilchen findet sich in Jets, hochenergetischen Teilchenbündeln aus Partonen im Endzustand und stabilen Teilchen wieder.
Mit dem Programm können vollständige Ereignisse generiert werden, die genauso detailreich sind, wie die im Experiment beobachtbaren [16].
Das PYTHIA Simulationsprogramm ist ein leading-order (LO) Generator. Das bedeutet, dass alle Ereignisse in führender und zugleich niedrigster Ordnung berechnet werden. Höhere Korrekturen werden lediglich durch den leading-log Partonschauer berücksichtigt. Im Falle eines Prozesses, wie in Abbildung 5.1 gezeigt, bedeutet das, dass nur Terme berücksichtigt werden, die proportional zu α_s^2 sind. Next-to-leading-order (NLO) Berechnungen, die in diesem Fall $\sim \alpha_s^3$ wären, sind nicht implementiert.
In dieser Studie wurden mit PYTHIA 6.2 $p\bar{p}$ Ereignisse bei einer Schwerpunktsenergie von $\sqrt{s} = 1.96$ TeV simuliert, was der im Run II des DØ Experiments erreichten Schwerpunktsenergie entspricht.

[1]In PYTHIA ist das in Abschnitt 2.3 erklärte String-Modell implementiert.

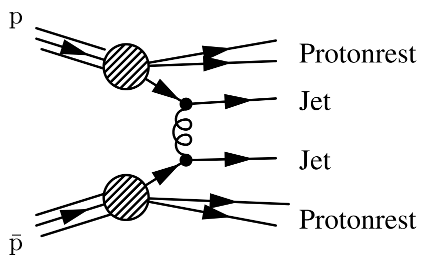


Abbildung 5.1: $p\bar{p}$ Streuung mit zwei Jets im Endzustand $\sim\ \alpha_s^2$.

Verschiedene Schalter dienen dazu, diverse Voreinstellungen für die Simulation zu treffen. So wurden beispielsweise Subprozesse ausgewählt, um die in den $p\bar{p}$ Reaktionen auftretenden harten Streuungen zu charakterisieren. Die für diese Analyse verwendeten Prozesse, ausschließlich harte QCD-Prozesse, sind zusammen mit den zugehörigen Schaltern in Tabelle 5.1 aufgelistet. Dabei bezeichnet die jeweils erste Zahl die Prozessnummer, mit der zweiten Zahl können die Prozesse an (1) bzw. abgeschaltet werden (0).
Eine detaillierte Beschreibung dieser Subprozesse mit den zugehörigen Wirkungsquerschnitten findet sich im nächsten Abschnitt.

Schalter	entsprechender Subprozess
MSUB(11,1)	$q\,q \rightarrow q\,q$
MSUB(12,1)	$q\,\bar{q} \rightarrow q\,\bar{q}$
MSUB(13,1)	$q\,\bar{q} \rightarrow g\,g$
MSUB(28,1)	$q\,g \rightarrow q\,g$
MSUB(53,1)	$g\,g \rightarrow q\,\bar{q}$
MSUB(68,1)	$g\,g \rightarrow g\,g$

Tabelle 5.1: Die eingestellten Subprozesse mit den zugehörigen Schaltern. Die erste Zahl entspricht jeweils der Prozessnummer. Mit der zweiten Zahl wird der Prozess an- (1) bzw. ausgeschaltet (0).

Zusätzlich wurde der obere bzw. untere Bereich des erlaubten, in PYTHIA generierten Transversalimpulsübertrags bei harten $2 \rightarrow 2$ Prozessen festgelegt. Dies entspricht einem Schnitt im Phasenraum. Hierdurch wurden in dieser Analyse mehrere Intervalle zwischen 40 GeV und 400 GeV für den Transversalimpulsübertrag p_T in der harten Streuung ausgewählt[2]. Dabei bestimmt der PYTHIA-Schalter CKIN(3) die untere Grenze und CKIN(4) die obere Grenze des erlaubten Bereichs im Phasenraum.

[2] Im folgenden wird von allen betrachteten Transversalimpulsintervallen hauptsächlich das repräsentative Intervall 80 GeV $< p_T <$ 120 GeV zur Illustration der in dieser Arbeit gewonnenen Ergebnisse angeführt.

Des Weiteren können multiple Ereignisse bei der Simulation ein- bzw. ausgeschlossen werden. Dies sind Bunch-crossings[3], bei denen es zu mehreren $\mathrm{p\bar{p}}$ Kollisionen (in diesem Fall spricht man von *pile-up* Ereignissen) oder auch zu mehreren – weichen – Partonstößen innerhalb einer $\mathrm{p\bar{p}}$ Kollision (min-bias Ereignisse) kommt. Die ausführliche Besprechung solcher mit Hilfe des Schalters MSTP(81) zuschaltbaren Ereignisse erfolgt in Abschnitt 5.8.
Weiterhin gibt es die Möglichkeit, Teilchenschauer festzulegen. Unter einem Schauer versteht man einen Vorgang der Form $a \to bc$, wobei man a als das Mutterteilchen und b und c als die Tochterteilchen bezeichnet. Die Tochterteilchen selbst können sich wiederum in mehrere Teilchen aufspalten, so dass sich eine baumartige Struktur entwickelt [16]. Für diese Analyse wurden QCD-Verzweigungen der Form $\mathrm{q} \to \mathrm{qg}$, $\mathrm{g} \to \mathrm{gg}$ und $\mathrm{g} \to \mathrm{q\bar{q}}$ aus Quarks und Gluonen ausgewählt. Weitere Informationen zur expliziten Berechnung der Teilchenschauer sowie die zugehörigen Evolutionsgleichungen und Schalter können in [16] nachgelesen werden.
Zusätzlich wurde für diese Analyse festgesetzt, dass Strahlungskorrekturen im Anfangszustand auftreten dürfen (Schalter MSTJ(107,1)). Das bedeutet, dass vor dem eigentlichen Ereignis Gluonen und Photonen von den am Ereignis beteiligten Partonen abgestrahlt werden können.
Unterschiedliche Partondichtefunktionen können letztendlich mit MSTP(51) und MSTP(52) implementiert werden (siehe Abschnitt 5.7).
Zusätzlich gibt es eine Vielzahl weiterer Schalter, mit denen man verschiedene Einstellungen festlegen kann. Detaillierte Informationen hierzu finden sich in [16].

5.2 Subprozesse und Wirkungsquerschnitte

Wie bereits erwähnt, wurden mehrere Subprozesse für die harte $2 \to 2$ Streuung ausgewählt. So konnte die Form der harten Partonstreuungen von Beginn an festgelegt werden. Dabei sollen in diesem Abschnitt nur Prozesse berücksichtigt werden, bei denen der pile-up ausgeschlossen ist. Alle Reaktionen wurden in verschiedenen Transversalimpulsintervallen, also verschiedenen erlaubten Bereichen des Phasenraums betrachtet, was jeweils einem separatem Programmdurchlauf entspricht.
Prozesse höherer Ordnung (mit zusätzlichen Gluonabstrahlungen) vergrößern die Wirkungsquerschnitte. Die Vergrößerung wird durch den so genannten *K-Faktor* angegeben. Er legt fest, um wieviel Prozent die nächst höhere Ordnung den Wirkungsquerschnitt vergrößert, und ist definiert über: $\kappa = \frac{\mathrm{LO+NLO}}{\mathrm{NLO}}$.
Im folgenden werden die selektierten Prozesse mit den zugehörigen Wirkungsquerschnitten aufgelistet und erläutert:

a)

$$\mathrm{q\,q'} \to \mathrm{q\,q'} \tag{5.1}$$

Das entsprechende Feynmandiagramm dieser hauptsächlich im t-Kanal[4] ablaufenden Reaktion ist in Abbildung 5.2 zu sehen.

[3] p und $\mathrm{\bar{p}}$ Strahlen werden in einzelne Pakete, so genannte Bunches unterteilt. Kreuzen sich zwei dieser Pakete, so spricht man von einem Bunch-crossing.

[4] t-Kanal Diagramme bezeichnet man auch als Streu-Diagramme. Prozesse die im s-Kanal ablaufen sind hingegen Annihilationsprozesse.

Die Häufigkeit der auf diese Weise ablaufenden $2 \to 2$ Prozesse nimmt mit wachsendem Transversalimpulsübertrag stark zu. Für hohe Energien ist dies der dominante Prozess, abhängig vom gewählten Transversalimpulsübertrag. Insgesamt laufen $12\% - 55\%$ aller harten Streuungen als $\mathrm{q\,q'} \to \mathrm{q\,q'}$ Prozesse ab. Damit tritt diese Reaktion in der Regel am zweithäufigsten von allen ausgewählten auf.

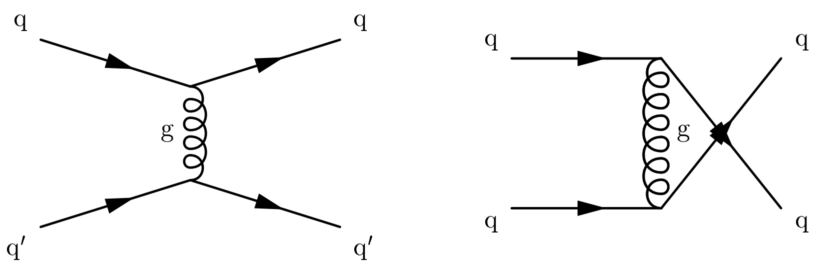


Abbildung 5.2: $\mathrm{q\,q'} \to \mathrm{q\,q'}$ Reaktion: zwei Quarks unterschiedlichen Flavors laufen ein und tauschen ein Gluon aus. Im Endzustand liegt die selbe Quark-Konfiguration wie im Anfangszustand vor. Der Prozess läuft vorwiegend im t-Kanal (links), bzw. im Spezialfall $\mathrm{q} = \mathrm{q'}$ auch im u-Kanal ab (rechts).

Einen Überblick über die Häufigkeit des Auftretens mit den zugehörigen Wirkungsquerschnitten in allen betrachteten Transversalimpulsintervallen liefert Tabelle 5.2. N bezeichnet dabei die Zahl der generierten Ereignisse (insgesamt 50000), n steht für die Zahl der in $\mathrm{q\,q'} \to \mathrm{q\,q'}$ abgelaufenen Ereignisse.

p_T-Bereich [GeV]	in a) abgelaufene Ereignisse [%] mit statistischem Fehler $\delta(\frac{n}{N}) = \sqrt{\frac{\frac{n}{N}(1-\frac{n}{N})}{N}}$	Wirkungsquerschnitt σ [nb]
40 – 60	11.99 ± 0.145	137.7
60 – 80	16.05 ± 0.164	22.4
80 – 120	21.01 ± 0.182	7.4
120 – 160	29.01 ± 0.203	0.9
160 – 200	36.53 ± 0.215	0.2
200 – 300	44.06 ± 0.222	0.06
300 – 400	55.30 ± 0.222	0.003

Tabelle 5.2: $\mathrm{q\,q'} \to \mathrm{q\,q'}$ Ereignisse in verschiedenen Transversalimpulsintervallen. σ ist der im jeweiligen Programmdurchlauf berechnete Wirkungsquerschnitt. $\delta(\frac{n}{N})$ ist der statistische Fehler aufgrund der jeweils 50000 generierten Ereignisse.

b)

$$q\bar{q} \to q'\bar{q}'$$

Diese Reaktion läuft ausschließlich im s-Kanal ab. Dabei wird ein einlaufendes $q\bar{q}$-Paar durch Austausch eines Gluons in ein $q\bar{q}$ Paar mit anderem Flavor umgewandelt, wie in Abbildung 5.3 zu sehen ist.
Der Prozess tritt sehr viel seltener auf, als der unter Punkt a) besprochene. Tabelle 5.3 zeigt sein Verhalten in den verschiedenen Transversalimpulsintervallen. Der Prozess liefert nur einen verhältnismäßig kleinen Beitrag zur Gesamtzahl aller vorselektierten Subprozesse.

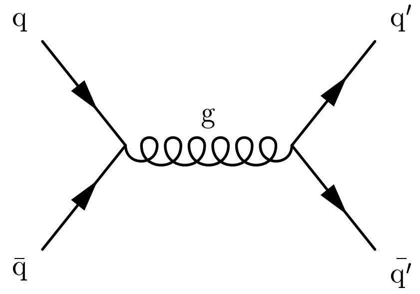


Abbildung 5.3: $q\bar{q} \to q'\bar{q}'$ Reaktion im s-Kanal.

p_T-Bereich [GeV]	in b) abgelaufene Ereignisse [%] mit statistischem Fehler $\delta(\frac{n}{N}) = \sqrt{\frac{\frac{n}{N}(1-\frac{n}{N})}{N}}$	Wirkungsquerschnitt σ [nb]
40 – 60	0.35 ± 0.026	4.1
60 – 80	0.60 ± 0.035	0.8
80 – 120	1.04 ± 0.045	0.4
120 – 160	2.17 ± 0.065	0.06
160 – 200	3.44 ± 0.081	0.03
200 – 300	5.38 ± 0.101	0.008
300 – 400	9.84 ± 0.133	0.0006

Tabelle 5.3: $q\bar{q} \to q'\bar{q}'$ Ereignisse in verschiedenen Transversalimpulsintervallen.

c)

$$q\bar{q} \to gg$$

Dieser Subprozess läuft sowohl im s-Kanal, als auch im t-Kanal ab. Abbildung 5.4 links (s-Kanal) zeigt, dass hierbei ein $q\bar{q}$-Paar im Anfangszustand durch Austausch eines Gluons in ein Gluon-Paar im Endzustand übergeht. In Abbildung 5.4 rechts ist der t-Kanal dargestellt.

Wie auch der unter b) angeführte Prozess, hat die Reaktion $q\bar{q} \rightarrow gg$ relativ wenig Gewicht im Vergleich zu den anderen ausgewählten Prozessen, insbesondere zu denen im Punkt a) und d) aufgeführten. Aber auch hier steigt die Häufigkeit der Reaktion mit wachsendem Transversalimpuls, wie aus Tabelle 5.4 entnommen werden kann.

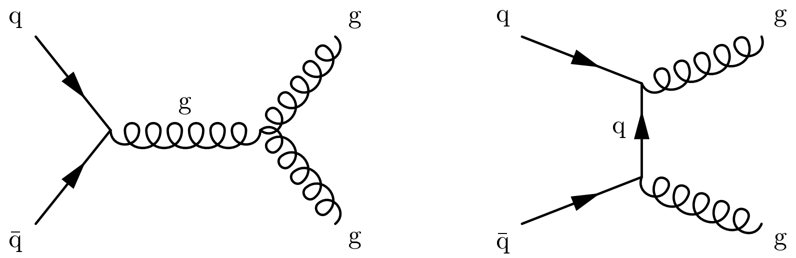


Abbildung 5.4: $q\bar{q} \rightarrow gg$ Reaktion. Ein $q\bar{q}$-Paar im Anfangszustand wird in ein Gluonpaar umgewandelt. Links: s-Kanal. Rechts: t-Kanal.

p_T-Bereich [GeV]	in c) abgelaufene Ereignisse [%] mit statistischem Fehler $\delta(\frac{n}{N}) = \sqrt{\frac{\frac{n}{N}(1-\frac{n}{N})}{N}}$	Wirkungsquerschnitt σ [nb]
40 – 60	0.29 ± 0.046	3.7
60 – 80	0.62 ± 0.035	0.8
80 – 120	0.92 ± 0.043	0.3
120 – 160	1.66 ± 0.057	0.05
160 – 200	2.52 ± 0.070	0.01
200 – 300	3.75 ± 0.085	0.005
300 – 400	6.12 ± 0.107	0.0003

Tabelle 5.4: $q\bar{q} \rightarrow gg$ Ereignisse in verschiedenen Transversalimpulsintervallen.

d)

$$qg \rightarrow qg$$

Dieser Prozess tritt ebenfalls sowohl im s-Kanal, als auch im t-Kanal auf. Quark und Gluon wechselwirken im t-Kanal dabei über ein Gluon. Im s-Kanal wird ein Gluon vom Quark absorbiert und später wieder emittiert. Im Endzustand ist die gleiche Quark-Gluon Konfiguration vorhanden, wie im Anfangszustand. In Abbildung 5.5 ist der Ablauf der Reaktion in s- und t-Kanal zu sehen.
Der Prozess gehört zu den am häufigsten auftretenden selektierten Reaktionen. Tabelle 5.5 verdeutlicht sein Verhalten in unterschiedlichen p_T Intervallen.

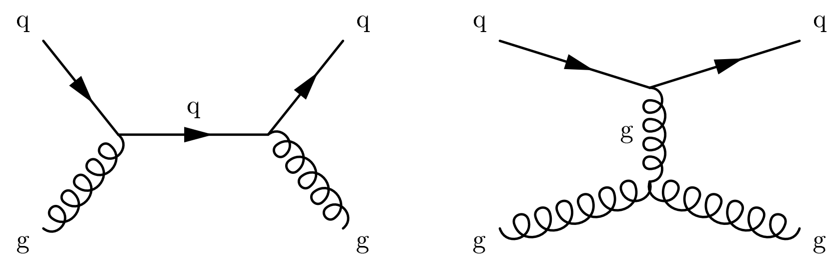


Abbildung 5.5: qg $\rightarrow$ qg Reaktion. Links: Ein Gluon wird vom Quark absorbiert und später wieder emittiert (s-Kanal). Rechts: t-Kanal.

Das Maximum ist demnach bereits bei 80 GeV – 120 GeV mit 55% aller ablaufenden Subprozesse erreicht. Danach sinkt der Anteil wieder. Das Minimum für den von uns selektierten Bereich im Phasenraum liegt bei 300 GeV – 400 GeV. Hier tritt die Reaktion nur noch in 26% aller Fälle auf.

p_T-Bereich [GeV]	in d) abgelaufene Ereignisse [%] mit statistischem Fehler $\delta(\frac{n}{N}) = \sqrt{\frac{\frac{n}{N}(1-\frac{n}{N})}{N}}$	Wirkungsquerschnitt σ $[nb]$
40 – 60	52.20 $\pm$ 0.223	591.3
60 – 80	54.38 $\pm$ 0.223	74.9
80 – 120	54.74 $\pm$ 0.223	19.1
120 – 160	52.07 $\pm$ 0.223	1.7
160 – 200	46.16 $\pm$ 0.223	0.24
200 – 300	40.49 $\pm$ 0.219	0.06
300 – 400	26.44 $\pm$ 0.197	0.001

Tabelle 5.5: qg $\rightarrow$ qg Ereignisse in verschiedenen Transversalimpulsintervallen.

e)

$$gg \rightarrow q\bar{q}$$

Hier wechselwirken zwei Gluonen und reagieren zu einem q$\bar{\text{q}}$-Paar im Endzustand. Abbildung 5.6 illustriert diesen, im s- und im t-Kanal ablaufenden Prozess.

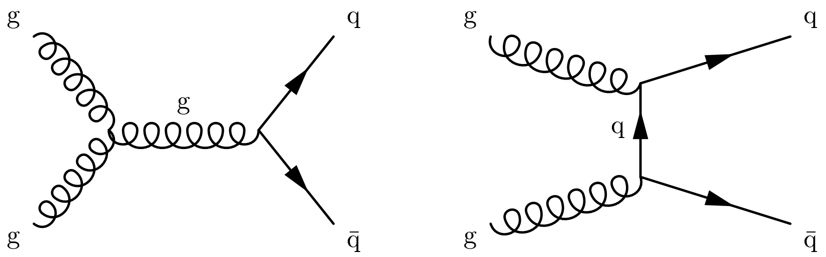


Abbildung 5.6: $gg \rightarrow q\bar{q}$ Reaktion mit einem $q\bar{q}$-Paar im Endzustand. Links ist die Reaktion im s-Kanal zu sehen, rechts im t-Kanal.

Im Gegensatz zu den in den Punkten a) bis c) erwähnten Reaktionen tritt diese mit steigendem Transversalimpuls immer weniger auf, wie aus Tabelle 5.6 ersichtlich wird. Durchschnittlich läuft der harte $2 \rightarrow 2$ Prozess nur in $0.1\% - 1\%$ aller Fälle in der Reaktion $gg \rightarrow q\bar{q}$ ab. Sie ist folglich - insbesondere bei hohen Transversalimpulsüberträgen - stark unterdrückt.

p_T-Bereich [GeV]	in e) abgelaufene Ereignisse [%] mit statistischem Fehler $\delta(\frac{n}{N}) = \sqrt{\frac{\frac{n}{N}(1-\frac{n}{N})}{N}}$	Wirkungsquerschnitt σ [nb]
40 – 60	1.35 ± 0.051	15.7
60 – 80	1.14 ± 0.047	1.6
80 – 120	1.02 ± 0.045	0.3
120 – 160	0.70 ± 0.037	0.02
160 – 200	0.42 ± 0.029	0.002
200 – 300	0.27 ± 0.023	0.0003
300 – 400	0.10 ± 0.014	0.000006

Tabelle 5.6: $gg \rightarrow q\bar{q}$ Ereignisse in verschiedenen Transversalimpulsintervallen.

f)

$$gg \rightarrow gg$$

Abbildung 5.7 zeigt die sowohl im s-Kanal als auch im t-Kanal ablaufende Reaktion.
Auch hier sinkt die Wahrscheinlichkeit des Auftretens mit steigendem Transversalimpulsübertrag.

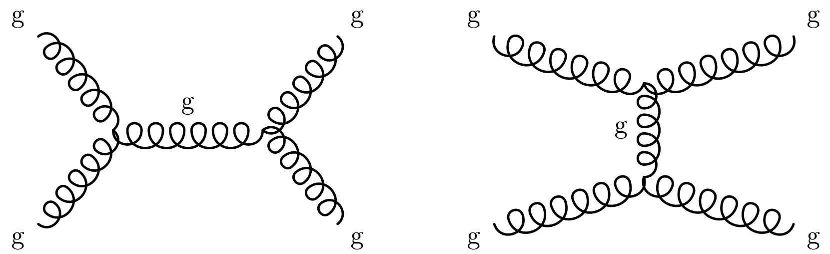


Abbildung 5.7: gg $\rightarrow$ gg Reaktion. Ein Prozess, der eine Besonderheit in der QCD aufzeigt: Gluonselbstwechselwirkung. Das linke Feynmandiagramm Diagramm zeigt den s-Kanal, das Rechte den t-Kanal.

Ist bei 40 GeV – 60 GeV noch eine Häufigkeit von ca. 34% zu beobachten, sinkt diese jedoch bis zur Obergrenze des betrachteten Bereichs im Phasenraum auf nur 2%. Einen Überblick über das Auftreten der Reaktion liefert Tabelle 5.7.

p_T-Bereich [GeV]	in f) abgelaufene Ereignisse [%] mit statistischem Fehler $\delta(\frac{n}{N}) = \sqrt{\frac{\frac{n}{N}(1-\frac{n}{N})}{N}}$	Wirkungsquerschnitt σ [nb]
40 – 60	33.82 ± 0.201	386.9
60 – 80	27.21 ± 0.199	37.7
80 – 120	21.27 ± 0.183	7.4
120 – 160	14.39 ± 0.157	0.5
160 – 200	9.49 ± 0.131	0.05
200 – 300	6.05 ± 0.106	0.008
300 – 400	2.20 ± 0.065	0.0001

Tabelle 5.7: gg $\rightarrow$ gg Ereignisse in verschiedenen Transversalimpulsintervallen.

Zum Abschluss und zur besseren Übersichtlichkeit werden im folgenden die prozentualen Häufigkeiten und die Wirkungsquerschnitte aller in den verschiedenen p_T-Intervallen generierten Subprozesse in den Tabellen 5.8 und 5.9 nochmals aufgelistet.

p_T-Bereich [GeV]	Häufigkeit [%] Prozess a)	Häufigkeit [%] Prozess b)	Häufigkeit [%] Prozess c)
40 – 60	11.99	0.35	0.29
60 – 80	16.05	0.60	0.62
80 – 120	21.01	1.04	0.92
120 – 160	29.01	2.17	1.66
160 – 200	36.53	3.44	2.52
200 – 300	44.06	5.38	3.75
300 – 400	55.30	9.84	6.12
p_T-Bereich [GeV]	Häufigkeit [%] Prozess d)	Häufigkeit [%] Prozess e)	Häufigkeit [%] Prozess f)
40 – 60	52.20	1.35	33.82
60 – 80	54.38	1.14	27.21
80 – 120	54.74	1.02	21.27
120 – 160	52.07	0.70	14.39
160 – 200	46.16	0.42	9.49
200 – 300	40.49	0.27	6.05
300 – 400	26.44	0.10	2.20

Tabelle 5.8: Die prozentualen Häufigkeiten der selektierten Subprozesse in allen Transversalimpulsintervallen.

p_T-Bereich [GeV]	σ [nb] Prozess a)	σ [nb] Prozess b)	σ [nb] Prozess c)
40 – 60	137.7	4.1	3.7
60 – 80	22.4	0.8	0.8
80 – 120	7.4	0.4	0.3
120 – 160	0.9	0.06	0.05
160 – 200	0.2	0.03	0.01
200 – 300	0.06	0.008	0.005
300 – 400	0.003	0.0006	0.0003
p_T-Bereich [GeV]	σ [nb] Prozess d)	σ [nb] Prozess e)	σ [nb] Prozess f)
40 – 60	591.3	15.7	386.9
60 – 80	74.9	1.6	37.7
80 – 120	19.1	0.3	7.4
120 – 160	1.7	0.02	0.5
160 – 200	0.24	0.002	0.05
200 – 300	0.06	0.0003	0.008
300 – 400	0.001	0.000006	0.0001

Tabelle 5.9: Wirkungsquerschnitte aller selektierten Subprozesse in den verschiedenen Transversalimpulsintervallen.

5.3 Konkurrenzprozesse

Zur Bestimmung von α_s sind Prozesse nötig, an denen Gluonen beteiligt sind. Prozesse ohne Beteiligung von Gluonen, wie beispielsweise die assoziierte Produktion von W- und Z- Bosonen, die in Abbildung 5.8 unten gezeigt ist, stellen eine mögliche Konkurrenz zu den ausgewählten QCD-Prozessen dar, da sie in niedrigster Ordnung nicht von der starken Kopplungskonstante abhängen, also $\sim \alpha_s^0$ sind, und erst durch Gluonabstrahlung auf α_s sensitiv werden ($\rightarrow \ \sim \alpha_s^1$).

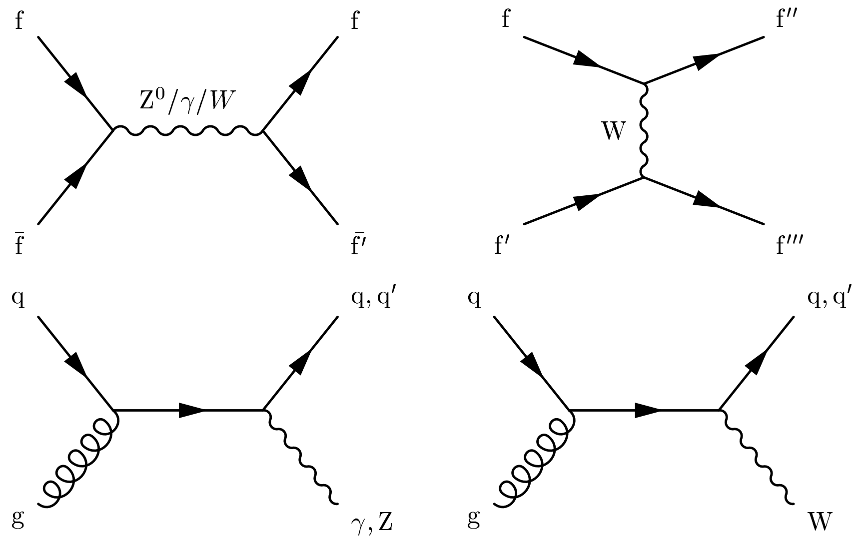


Abbildung 5.8: Links oben: Drell-Yan Prozess bzw. W Produktion. Die Reaktion gleicht bis auf die unterschiedlichen Austauschteilchen den QCD-Prozessen. Rechts oben: eine zusätzlich für W-Austausch mögliche Reaktion. Links unten und rechts unten: Der Prozess q g $\rightarrow$ qγ^*/Z^0 bzw. q g $\rightarrow$ q $W^\pm$.

Um den Einfluss solcher Reaktionen auf die selektierten QCD-Subprozesse zu untersuchen, wurden die möglichen Konkurrenzreaktionen festgelegt und deren Wirkungsquerschnitte mit denen der QCD-Prozesse verglichen. Tabelle 5.10 zeigt die hierfür untersuchten Reaktionen der elektroschwachen Wechselwirkung mit den zugehörigen Wirkungsquerschnitten auf. Tabelle 5.11 liefert die entsprechenden totalen Wirkungsquerschnitte.
Zur Bestätigung der erwarteten Resonanzüberhöhung bei Transversalimpulsen von $\frac{m_Z}{2}$ und $\frac{m_W}{2}$ wurden die Konkurrenzprozesse in weiteren p_T-Intervallen (40 GeV $-$ 60 GeV und 120 GeV $-$ 160 GeV) mit kleinerer Statistik (1000 Ereignisse) untersucht (siehe Tabelle 5.10). Dabei ergab sich bei einem Transversalimpulsübertrag von 40 GeV $-$ 60 GeV die erwartete Resonanzüberhöhung für die s-Kanal W- und Z-Produktion. Das liegt daran, dass für die Produktion eines Z^0- Bosons 90 GeV benötigt werden, bzw. zur Produktion des W-Bosons 81 GeV, wozu die beiden Quarks jeweils die Hälfte (40.5 GeV bzw. 45 GeV) beitragen.

p_T-Bereich [GeV]	Prozesse	abgelaufene Ereignisse [%] mit statistischem Fehler $\delta(\frac{n}{N}) = \sqrt{\frac{\frac{n}{N}(1-\frac{n}{N})}{N}}$	Wirkungsquerschnitt $\sigma[nb]$
40 – 60	$f\bar{f} \to \gamma^*/Z^0$	54.2 $\pm$ 1.575	2.0
40 – 60	$f\bar{f}' \to W^\pm$	39.9 $\pm$ 1.544	1.5
40 – 60	$q\,g \to q\,\gamma^*/Z^0$	1.8 $\pm$ 0.420	0.06
40 – 60	$q\,g \to q'\,W^\pm$	4.7 $\pm$ 0.669	1.0
60 – 80	$f\bar{f} \to \gamma^*/Z^0$	12.01 $\pm$ 0.145	0.01
60 – 80	$f\bar{f}' \to W^\pm$	14.42 $\pm$ 0.157	0.02
60 – 80	$q\,g \to q\,\gamma^*/Z^0$	18.25 $\pm$ 0.173	0.02
60 – 80	$q\,g \to q'\,W^\pm$	55.32 $\pm$ 0.222	0.06
80 – 120	$f\bar{f} \to \gamma^*/Z^0$	8.03 $\pm$ 0.121	0.004
80 – 120	$f\bar{f}' \to W^\pm$	10.38 $\pm$ 0.136	0.005
80 – 120	$q\,g \to q\,\gamma^*/Z^0$	20.73 $\pm$ 0.181	0.01
80 – 120	$q\,g \to q'\,W^\pm$	60.87 $\pm$ 0.218	0.03
120 – 160	$f\bar{f} \to \gamma^*/Z^0$	8.1 $\pm$ 0.863	0.0007
120 – 160	$f\bar{f}' \to W^\pm$	10.3 $\pm$ 0.961	0.0009
120 – 160	$q\,g \to q\,\gamma^*/Z^0$	18.8 $\pm$ 1.235	0.002
120 – 160	$q\,g \to q'\,W^\pm$	62.8 $\pm$ 1.528	0.005

Tabelle 5.10: Konkurrenzprozesse der schwachen Wechselwirkung mit den zugehörigen Wirkungsquerschnitten. Im Transversalimpulsintervall 120 GeV – 160 GeV bzw. 40 GeV – 60 GeV wurden statt 50000 nur noch 1000 Ereignisse generiert, was zu dem größeren statistischen Fehler führt.

p_T-Bereich [GeV]	$\sigma_{tot}[nb]$
40 – 60	3.8
60 – 80	0.1
80 – 120	0.05
120 – 160	0.008

Tabelle 5.11: Totale Wirkungsquerschnitte der möglichen Konkurrenzprozesse.

Der Gesamtwirkungsquerschnitt aller erzeugten Konkurrenzprozesse betrug demnach bei einem Transversalimpulsübertrag zwischen 60 GeV – 80 GeV:

$$\sigma_{tot} = 1.1 \cdot 10^{-1}\ nb\ .$$

Für 80 GeV bis 120 GeV wurde ein Wirkungsquerschnitt von

$$\sigma_{tot} = 5.2 \cdot 10^{-2}\ nb$$

ermittelt. Es erfolgte keine Simulation bei höheren Energien, da die Konkurrenzprozesse für $p_T > 160$ GeV stark unterdrückt sind. Auch für kleinere Energien

($p_T < 40$ GeV) können die selektierten Konkurrenzprozesse auf Grund der großen Massen von W- und Z^0-Boson vernachlässigt werden. Zur Erzeugung des Photons sind kleinere Energien zwar ausreichend, der Wirkungsquerschnitt ist bei sehr kleinen p_T jedoch verschwindend gering.
Im Vergleich dazu lag der Wirkungsquerschnitt der erzeugten QCD-Prozesse im Intervall 60 GeV − 80 GeV bei:

$$\sigma_{tot} = 1.3 \cdot 10^2 \; nb$$

und für 80 GeV − 120 GeV bei:

$$\sigma_{tot} = 3.5 \cdot 10^1 \; nb$$

Durch Vergleich der Wirkungsquerschnitte der assoziierten W- und Z-Produktion mit denen der QCD-Prozesse kann man erkennen, dass diese sich um drei Größenordnungen unterscheiden. W- und Z-Produktion kann also im Vergleich zu den für diese Analyse selektierten Subprozessen vernachlässigt werden.

5.4 Vergleich von generiertem und berechnetem Transversalimpulsübertrag

Der in PYTHIA generierte Transversalimpulsübertrag $p_{T,gen}$ wird im Falle eines harten $2 \rightarrow 2$ Prozesses für masselose Stoßpartner[5] nach folgender Formel berechnet:

$$\vec{p}^{\,2}_{T,gen} = \frac{\mathbf{t} \cdot \mathbf{u}}{s} = (-\frac{s}{2}(1 - \cos\theta)) \cdot (-\frac{s}{2}(1 + \cos\theta)) \cdot \frac{1}{s} = \tag{5.2}$$

$$= \frac{s}{4}(1 + \cos\theta)(1 - \cos\theta) = \frac{s}{4} \cdot \sin^2\theta$$

Wobei **t** durch

$$\mathbf{t} = (p_1 - p_3)^2 = (p_2 - p_4)^2 = -\frac{s}{2}(1 - \cos\theta)$$

gegeben ist, und **u** durch

$$\mathbf{u} = (p_1 - p_4)^2 = (p_2 - p_3)^2 = -\frac{s}{2}(1 + \cos\theta) \quad .$$

Dabei bezeichnet s die Schwerpunktsenergie und θ ist der Winkel zur Protonstrahlachse. Weitere Erklärungen sowie die detaillierte Herleitung dieser Formel finden sich in [16].
Da in experimentellen Daten die für Gleichung (5.2) benötigten Informationen nicht direkt zur Verfügung stehen, muss der Transversalimpulsübertrag aus den Messgrößen bestimmt werden.
Daher wurde zusätzlich zu dem generierten Transversalimpulsübertrag der Transversalimpulsübertrag für diese Analyse noch berechnet. Dies soll im folgenden am Beispiel eines Ereignisses mit drei Jets im Endzustand erläutert werden.

[5] Hierbei wird die Näherung gemacht, dass die Massen der Teilchen im Anfangs- und Endzustand verschwinden [16].

Zuerst wurde überprüft, ob die Jets in der selben Halbebene liegen. Dies kann mit Hilfe des Skalarproduktes der Impulsvektoren ermittelt werden. Ist das Skalarprodukt zweier Jets größer als Null, so liegen sie in der selben Halbebene. Im Falle des in Abbildung 5.9 links gezeigten 3-Jet Ereignisses liegen die Jets mit der zweithöchsten und der dritthöchsten Energie in der selben (unteren) Halbebene, der Jet mit maximaler Energie liegt in der oberen Halbebene. Die Vierervektoren derjenigen Jets, die nicht mit dem Jet maximaler Energie $\vec{E}_{T,1}$ in der selben Halbebene liegen, werden im Anschluss gespiegelt, wie aus Abbildung 5.9 rechts ersichtlich ist.

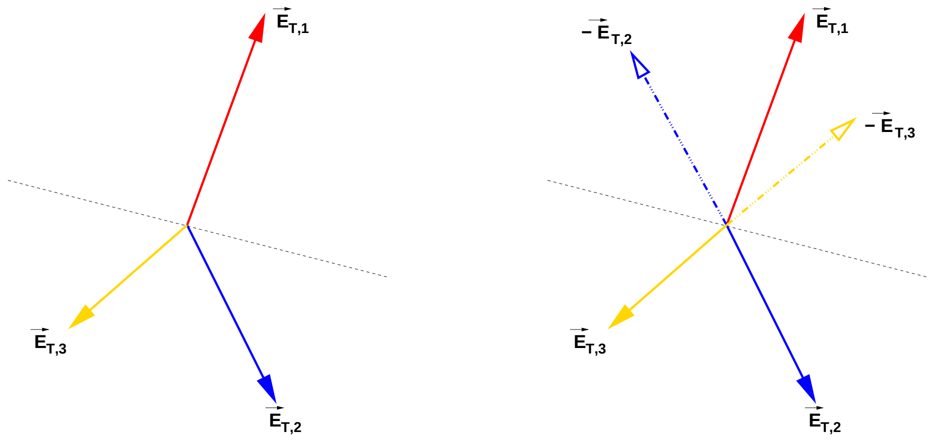


Abbildung 5.9: Links: 3-Jet Ereignis. Die Jets mit zweithöchster und dritthöchster Energie liegen in der selben (unteren) Halbebene. Rechts: Die Vierervektoren der Jets wurden an der Ebene senkrecht zur Impulsrichtung des energetischsten Jets gespiegelt.

Der Transversalimpuls ergibt sich dann aus der vektoriellen Addition der Transversalimpulse der Jets:

$$p_{T,calc} = \frac{1}{2} \cdot \mid (\vec{p}_{T,1} - \vec{p}_{T,2} - \vec{p}_{T,3}) \mid \tag{5.3}$$

Einen Vergleich zwischen dem generierten und berechneten Transversalimpulsübertrag für ein 3-Jet Ereignis liefert Abbildung 5.10. Dabei ergibt sich für Partonjets (Abbildung 5.10 oben) eine RMS-Streuung von ca. 12%. Für die Hadronjets ist die Abweichung etwas größer, man erhält eine RMS-Streuung von etwa 13%. Zusätzlich weicht hier der berechnete Impulsübertrag zu kleineren Werten hin ab, was an der Hadronisierung bzw. an der falschen Zuordnung der Teilchen zu Jets liegt.
Die Streuung des berechneten um den generierten Transversalimpuls wird um so größer, je kleiner die Jetmultiplizität im Endzustand ist. So sieht man im Falle eines 2-Jet Ereignisses (Abbildung 5.11 oben), dass die RMS-Streuung für zwei Partonjets im Endzustand 13% beträgt und damit über dem Wert der RMS-Streuung für den Endzustand mit drei Jets liegt.

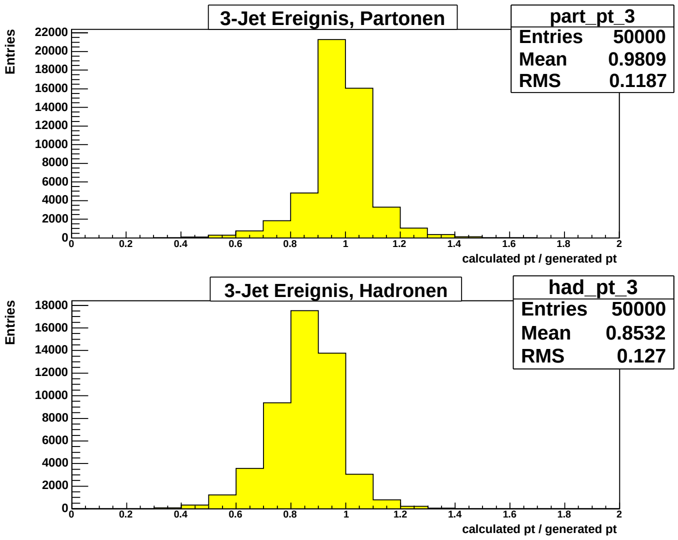


Abbildung 5.10: Verhältnis von berechnetem und generiertem Transversalimpulsübertrag $p_{T,calc}$ und $p_{T,gen}$ für drei Jets im Endzustand.

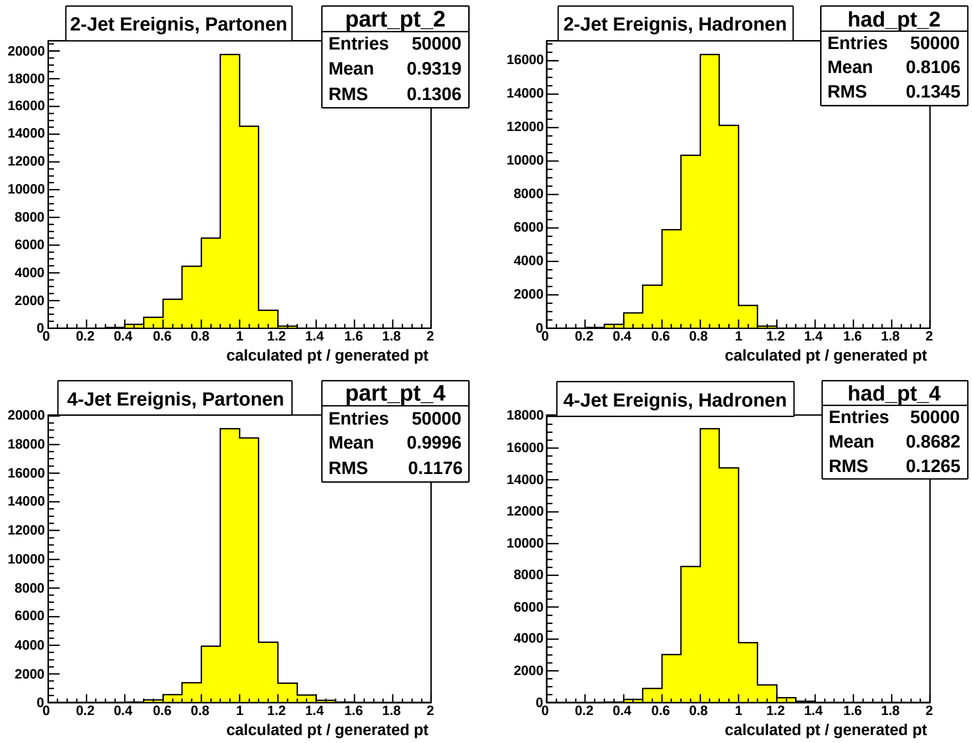


Abbildung 5.11: Verhältnis von berechnetem und generiertem Transversalimpulsübertrag für zwei Jets im Endzustand (oben) und für vier Jets im Endzustand (unten).

Auffällig ist zudem der nicht-gaußförmige Ausläufer für kleine Werte des Verhältnisses $\frac{p_{T,calc}}{p_{T,gen}}$ in Abbildung 5.11 oben. Ein möglicher Grund dafür ist, dass einige Ereignisse mit drei oder mehr Jets im Endzustand nur als 2-Jet Ereignisse erkannt worden sind, weil der dritte Jet zu nah an bzw. in der Protonstrahlachse lag. Dies würde den Mittelwert des Verhältnisses verkleinern. Dazu kommt, dass die Energie eines zusätzlichen Jets, der in die Strahlachse fällt, umso geringer ist, je mehr Jets beobachtet werden. Schneidet man die falsch zugeordneten 3-Jet Ereignisse ab, indem man einen Gaußfit über den Peak der Verteilung legt – ohne Berücksichtigung des nicht-gaußförmigen Ausläufers – (siehe Abbildung 5.12), so erhält man einen neuen Fit-Mittelwert von 0.9733 für die Ereignisse mit zwei Partonjets im Endzustand, der über dem zunächst berechneten Mittelwert von 0.9319 liegt.

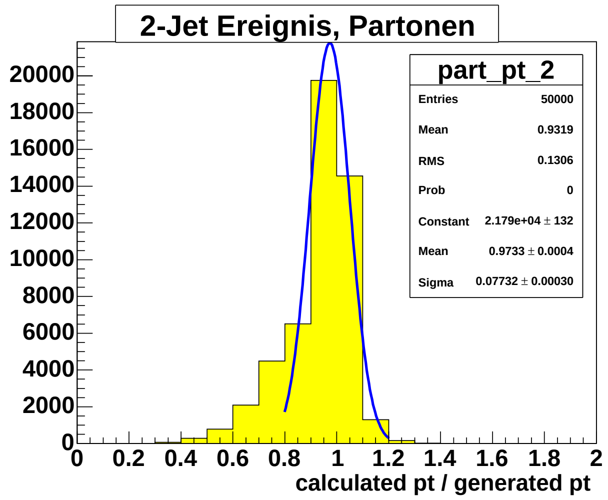


Abbildung 5.12: Verhältnis von berechnetem und generiertem Transversalimpulsübertrag für 2-Jet Ereignisse. Durch Fitten des Peaks ohne Berücksichtigung des nicht-gaußischen Ausläufers ergibt sich ein größerer Mittelwert für das Verhältnis $\frac{p_{T,calc}}{p_{T,gen}}$.

Für Ereignisse mit vier Jets im Endzustand (siehe Abbildung 5.11 unten) stimmt der berechnete Transversalimpulsübertrag besser mit dem generierten überein, als für zwei und drei Jets. Diese Entwicklung setzt sich mit steigender Jetmultiplizität fort.

5.5 Bestimmung der 3-Jet-Rate R_3

In den simulierten Ereignissen wurden Jets mit dem in Abschnitt 4 beschriebenen k_T Algorithmus sowohl auf Parton- als auch auf Hadronniveau rekonstruiert. Mit Hilfe von Jet-Wirkungsquerschnitten können anschließend Jet-Raten bestimmt werden. Dabei erhält man, aufgrund der zwei unterschiedlichen Jetlisten für Parton- und Hadronjets, zwei verschiedene Jet-Raten, die dann miteinander verglichen werden können.
Die 3-Jet-Rate wurde dabei aus dem Anzahlverhältnis von Reaktionen mit drei Jets zu

allen Reaktionen mit $\geq$ zwei Jets im Endzustand bestimmt[6]:

$$R_3 = \frac{\text{Anzahl der } 3 - \text{Jet Ereignisse}}{\text{Anzahl aller Ereignisse mit} \geq 2 \text{ Jets}} \sim \alpha_s \tag{5.4}$$

Wobei bei den für diese Analyse gewählten Abbruchparametern vorwiegend Ereignisse mit zwei bis fünf Jets im Endzustand rekonstruiert wurden.
Abbildung 5.13 zeigt das Ergebnis für die 3-Jet-Rate aus Partonjets und aus Hadronjets aufgetragen gegen den Abbruchparameter des Algorithmus[7] für einen Transversalimpulsübertrag von 80 GeV $-$ 120 GeV.
Gut zu erkennen ist der erwartete Abfall der 3-Jet-Rate für steigende Werte von d_{Cut} (siehe Abschnitt 2.2.2). Dies liegt daran, dass die Zahl der 3-Jet Ereignisse mit wachsendem d_{Cut} stark abnimmt. In Kapitel 4 wurde gezeigt, daß bei sehr großen Werten des Abbruchparameters nur noch 2-Jet (bzw. 1-Jet) Ereignisse auftreten, da der Abstand zwischen den Jets nicht mehr größer als d_{Cut} sein kann. Die Jetmultiplizität nimmt also mit steigendem d_{Cut} ab.
Die beiden Raten für Parton bzw. Hadronjets liegen in guter Übereinstimmung. Der genaue Unterschied zwischen ihnen, die so genannte Hadronisierungskorrektur, die von der Hadronisierung der Partonen zu beobachtbaren Teilchen resultiert, wird im folgenden Abschnitt behandelt.

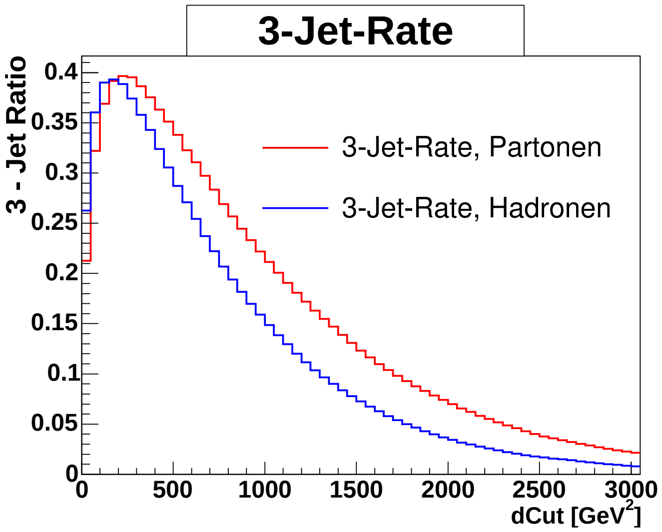


Abbildung 5.13: Die 3-Jet-Rate aus den rekonstruierten Partonjets (rot) und Hadronjets (blau) für 80 GeV $< p_T <$ 120 GeV.

Für größere Werte des Transversalimpulsübertrags, wie beispielsweise für einen Wert von 200 GeV $< p_T <$ 300 GeV, ist die 3-Jet-Rate bei kleinen d_{Cut}-Werten um mehrere Prozent kleiner, wie aus Abbildung 5.14 ersichtlich wird. Dies läßt sich auf ein

[6] In seltenen Fällen treten auch 1-Jet Endzustände auf, bei denen der zweite Jet zu nahe an der Protonstrahlachse liegt und daher vom Algorithmus nicht rekonstruiert werden kann. Diese Ereignisse wurden ebenfalls als 2-Jet Ereignisse gewertet.

[7] Aus technischen Gründen wurde bei der Histogrammbeschriftung der Abbruchparameter d_{Cut} in der Form "dCut" geschrieben.

vermehrtes Auftreten von 4- und 5-Jet Ereignissen bei kleinem Abbruchparameter zurückführen, welche R_3 verringern.
Bei steigendem d_{Cut} ergibt sich hingegen eine ausgeprägte Abflachung, die darauf hindeutet, dass für den betreffenden (großen) Abbruchparameter viel mehr 3-Jet Ereignisse rekonstruiert werden, als für 80 GeV $< p_T <$ 120 GeV, was das Ansteigen von R_3 verursacht. Insgesamt ergibt der Verlauf der Jet-Rate bei hohen Transversalimpulsüberträgen, dass deutlich mehr Jet Ereignisse mit einer höheren Jetmultiplizität rekonstruiert werden. Bei kleinem d_{Cut} sind dies insbesondere 4-Jet Ereignisse. Bei größerem d_{Cut} werden dann zunehmend 3-Jet Ereignisse rekonstruiert. Das Verhältnis ist also zu Ereignissen mit einer höheren Jetmultiplizität hin verschoben.

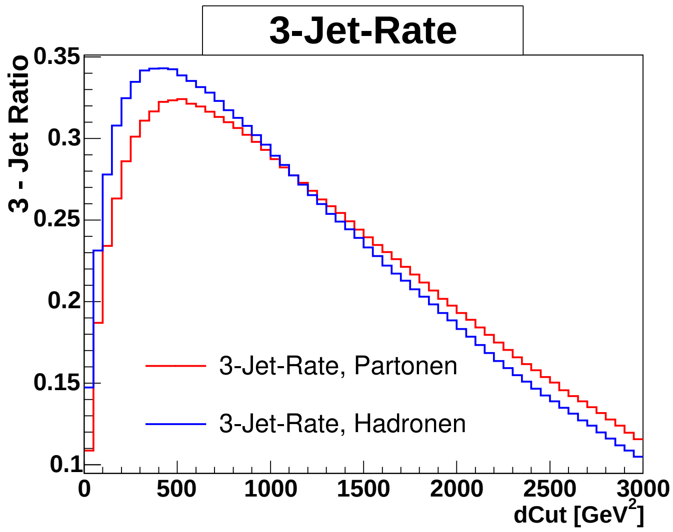


Abbildung 5.14: Die 3-Jet-Rate aus den rekonstruierten Partonjets und Hadronjets für 200 GeV $< p_T <$ 300 GeV.

Zusätzlich zur 3-Jet-Rate wurden noch die 2-Jet-Rate

$$R_2 = \frac{\text{Anzahl der 2} - \text{Jet Ereignisse}}{\text{Anzahl aller Ereignisse mit} \geq 2 \text{ Jets}} \tag{5.5}$$

und die 4-Jet-Rate

$$R_4 = \frac{\text{Anzahl der 4} - \text{Jet Ereignisse}}{\text{Anzahl aller Ereignisse mit} \geq 2 \text{ Jets}} \tag{5.6}$$

bestimmt. Die Ergebnisse für diese Jet-Raten auf Parton- bzw. Hadronniveau werden in den Abbildungen 5.15 und 5.16 gezeigt.
Die 2-Jet-Rate steigt mit größer werdendem d_{Cut} zuerst stark und dann immer langsamer an, bis sie für große Werte des Abbruchparameters eine Sättigung erreicht. Dies ist der Wert für d_{Cut}, ab dem nur noch 2-Jet- (bzw. 1-Jet-) Ereignisse rekonstruiert werden. Im Grenzfall $d_{Cut} \to \infty$ fällt sie ab, da nur noch Ereignisse mit einem Jet rekonstruiert werden.

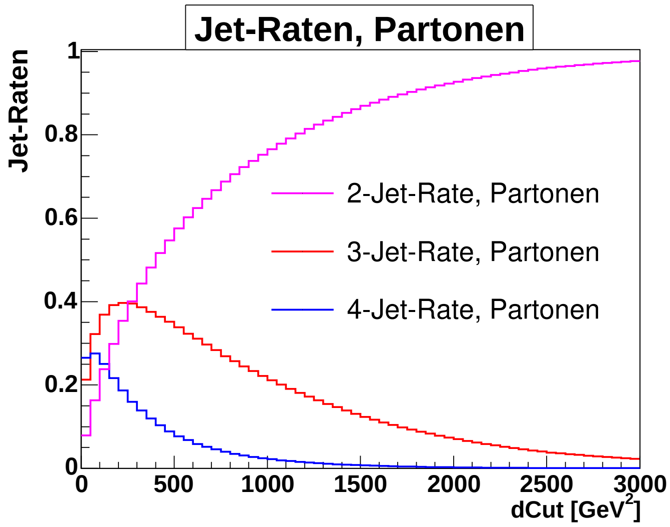


Abbildung 5.15: 2-Jet, 3-Jet- und 4-Jet Rate für Partonjets bei 80 GeV $< p_T <$ 120 GeV.

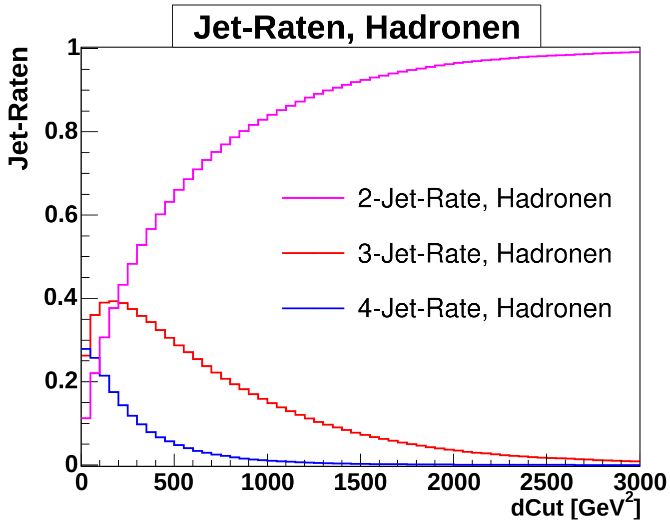


Abbildung 5.16: 2-Jet, 3-Jet- und 4-Jet-Rate für Hadronjets bei 80 GeV $< p_T <$ 120 GeV.

Die 4-Jet-Rate verhält sich ähnlich wie die 3-Jet-Rate. Jedoch fällt sie mit steigendem d_{Cut} sehr viel schneller ab. Die Zahl der rekonstruierten 4-Jet Ereignisse sinkt mit wachsenden Werten des Abbruchparameters also schneller als die Zahl rekonstruierter 3-Jet Ereignisse. Bereits ab einem d_{Cut} von ca. 1000 GeV^2 sind bei einem Transversalimpulsübertrag von 80 GeV $< p_T <$ 120 GeV kaum noch Ereignisse mit vier Jets im Endzustand vorhanden.
Ein etwas verändertes Bild ergibt sich für 200 GeV $< p_T <$ 300 GeV. Wie auch schon aus Abbildung 5.14 folgt, steigt die 4-Jet Rate mit wachsendem p_T deutlich an.

Abbildung 5.17 verdeutlicht dies für Parton- und Hadronjets.

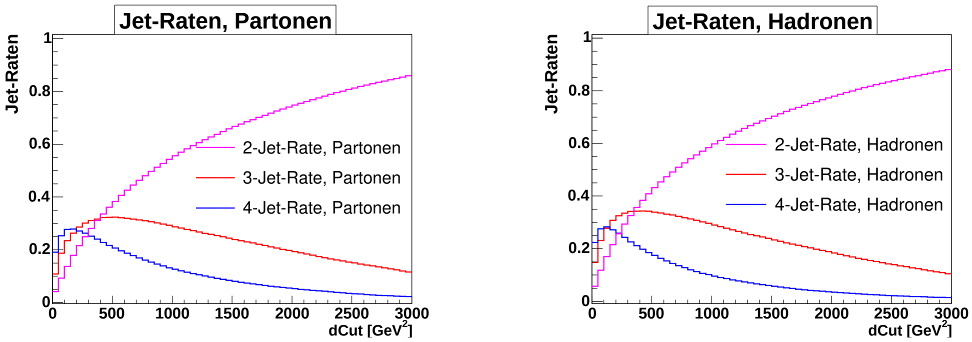


Abbildung 5.17: 2-Jet-, 3-Jet- und 4-Jet-Rate für Parton- und Hadronjets bei 200 GeV $< p_T <$ 300 GeV.

Dies kann anhand des 3-Parton Phasenraums (siehe Abbildung 5.18) erklärt werden. Ein fester Abbruchparameter d_{Cut} wählt einen bestimmten Bereich im Phasenraum aus. Der Bereich verändert sich mit dem betrachteten p_T-Intervall bei gleich bleibendem d_{Cut}, d.h. er wird größer mit wachsendem p_T. Ein größerer Phasenraum und damit mehr Integration über den Wirkungsquerschnitt hat eine größere Zahl von Jets im Endzustand zur Folge, wie Abbildung 5.17 zeigt.

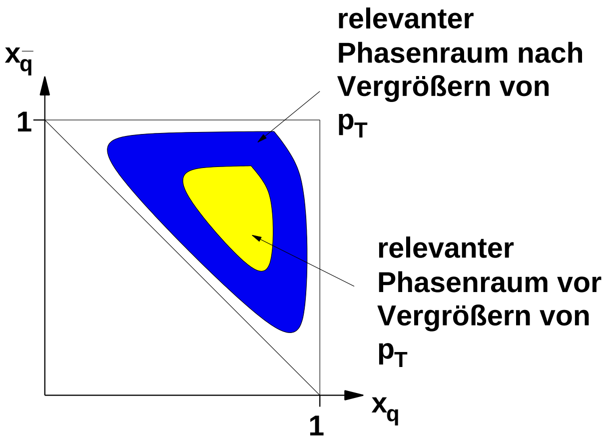


Abbildung 5.18: Skizze des 3-Parton-Phasenraums zur Erklärung der steigenden Jetmultiplizität bei gleichem d_{Cut} und größer werdendem p_T.

5.6 Hadronisierungskorrekturen

Die Unterschiede zwischen den Jet-Raten auf Parton- und Hadronniveau können mit Hilfe von Hadronisierungskorrekturen beschrieben werden. Durch die Hadronisierung bedingt, werden Teilchen falsch zu Jets zugeordnet. Dies führt zu einem veränderten

Jet-Raten Verhältnis.
Die Hadronisierungskorrektur ist definiert über:

$$\Delta R_3 = \frac{R_{3,Partonen}}{R_{3,Hadronen}}$$

Abbildung 5.19 zeigt diese bei einem Transversalimpulsübertrag von 80 GeV bis 120 GeV.

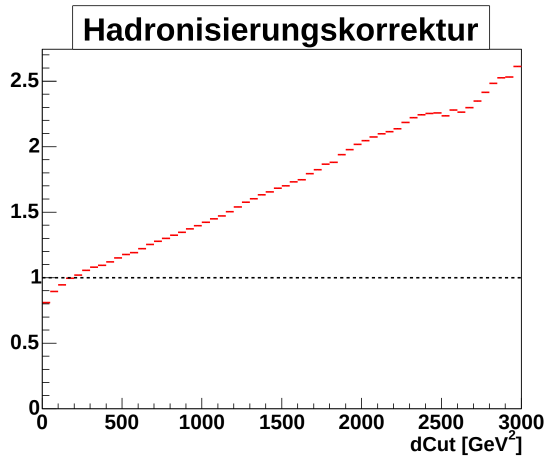


Abbildung 5.19: Hadronisierungskorrektur für die 3-Jet-Rate bei 80 GeV $< p_T <$ 120 GeV. Die Bins sind untereinander korreliert.

Für sehr kleine Werte von d_{Cut} ist die Korrektur sehr klein, sie liegt nahezu bei eins. Das heißt, dass Jet-Raten auf Parton- bzw. Hadronniveau an dieser Stelle sehr gut überein stimmen. Erst zu größeren Werten des Abbruchparameters (etwa 1500 GeV^2) hin, bei denen Ereignisse mit kleinerer Jetmultiplizität rekonstruiert werden und damit Falschzuordnungen weniger ins Gewicht fallen, zeigen sich Abweichungen bis zu einem Faktor 1.5.
Für sehr große d_{Cut}-Werte ($d_{Cut} > 2500$ GeV^2) sind Abweichungen bis zu einem Faktor 2.5 erkennbar, die jedoch bei dem betrachteten p_T-Intervall von 80 GeV bis 120 GeV nicht mehr ins Gewicht fallen, da hier nur ein d_{Cut}-Wert bis ca. 2400 GeV^2 repräsentativ ist. Dies kann aus folgenden Überlegungen abgeleitet werden:
Der Abbruchparameter d_{Cut} ist definiert über

$$d_{Cut} = min(p_{T,i}^2, p_{T,j}^2) \cdot (1 - \cos\theta) \quad .$$

Hierbei ist θ der Winkel zwischen den Jets.
Für ein 3-Jet Ereignis im betrachteten Transversalimpulsintervall von 80 GeV bis 120 GeV, das in in "Mercedesstern-Konstellation[8]" (siehe Abbildung 5.20) vorliegt und bei dem alle Jets den selben Transversalimpuls haben, gilt dann bei einem maximalen Transversalimpulsübertrag von 120 GeV:

$$p_{T,1} = p_{T,2} = p_{T,3} = 40 \text{ GeV} \quad , \tag{5.7}$$

[8]Eine "Mercedesstern-Konstellation" liegt vor, wenn der Winkel zwischen den einzelnen Jets jeweils 120° beträgt.

$$\theta = 120^\circ \tag{5.8}$$

und somit

$$\cos\theta = -\frac{1}{2} \quad . \tag{5.9}$$

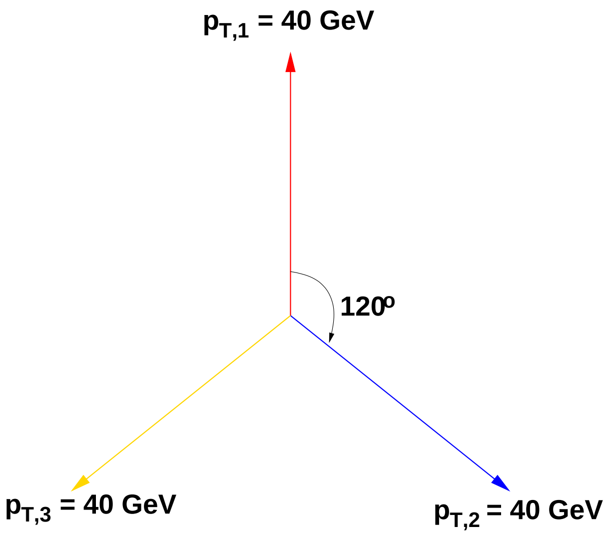


Abbildung 5.20: Ein 3-Jet Ereignis in Mercedesstern-Konstellation bei einem maximalen Transversalimpulsübertrag von 120 GeV.

Für den maximal relevanten Abbruchparameter im betrachteten p_T-Intervall ergibt sich folglich:

$$d_{Cut} = (\frac{1}{3} \cdot p_T)^2 \cdot \frac{3}{2} = \tag{5.10}$$

$$= (\frac{1}{3} \cdot 120\ \mathrm{GeV})^2 \cdot \frac{3}{2} = 2400\ \mathrm{GeV}^2$$

Betrachtet man die Hadronisierungskorrektur für größere Werte des Transversalimpulsübertrags, wie in Abbildung 5.21 gezeigt, so fällt auf, dass die Korrekturen bei sehr kleinen Abbruchparametern nahezu identisch sind. Bei großem d_{Cut} sind die Unterschiede zwischen Parton- und Hadronniveau jedoch viel kleiner und liegen nur bei einem Faktor von maximal 1.25. Die kleinere Korrektur kann darauf zurückgeführt werden, dass bei größerem p_T höher energetische Jets auftreten, was zu einer stärkeren Bündelung der Hadronen um die Flugrichtung des Partons und somit zu einem kleineren Unterschied zwischen Parton- und Hadronjets führt.
Allgemein kann aus den Abbildungen 5.19 und 5.21 gefolgert werden, dass die Korrekturen für kleine Werte des Abbruchparameters nur sehr gering sind. Um die Hadronisierungskorrekturen klein zu halten, sollte somit ein möglichst kleiner Abbruchparameter gewählt werden[9].

[9]Ein allzu kleiner Abbruchparameter würde zu einem Absinken von R_3 führen. Daher sollte bei der Wahl des d_{Cut}-Werts darauf geachtet werden, dass dieser noch groß genug ist, damit nicht nur 4- und 5-Jet Ereignisse, sondern vorwiegend 3-Jet Ereignisse rekonstruiert werden.

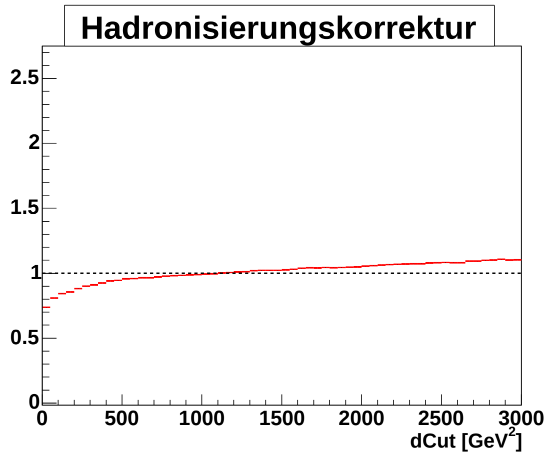


Abbildung 5.21: Hadronisierungskorrektur für die 3-Jet Rate bei 200 GeV $< p_T <$ 300 GeV

5.7 Sensitivität von R_3 auf verschiedene Partondichtefunktionen

Ein weiterer relevanter Aspekt bei der Analyse von Multijet Ereignissen ist die Sensitivität der 3-Jet-Rate auf verschiedene Partondichtefunktionen (siehe hierzu auch Abschnitt 2.5.1).

Die standardmäßig verwendete PDF in PYTHIA (so genannte *Default PDF*) ist die CTEQ5L [17, 18], eine leading-order Partondichtefunktion [16].

Um die Veränderungen von R_3 unter dem Einfluss von anderen PDF zu untersuchen, wurden in PYTHIA mit Hilfe der Schalter MSTP(52) und MSTP(51) verschiedene Vergleichs-Partondichtefunktionen implementiert. Eine Auflistung aller verwendeten Funktionen mit den zugehörigen Schaltern liefert Tabelle 5.12.

Der Begriff CTEQ, ***C****oordinated* ***T****heoretical-****E****xperimental Project on* ***Q****CD* [17] steht für eine Kollaboration verschiedener Wissenschaftler zur Implementierung von Partondichtefunktionen. Die Zahl gibt jeweils eine Versionsnummer an. So ist CTEQ4M die älteste der betrachteten Versionen, CTEQ6M ist die neueste Version. Sie wurde durch Anpassungen an die aktuellsten Strukturfunktionsdaten erhalten und benutzt verbesserte Theorierechnungen, sollte damit die besten Näherung für die tatsächliche Partondichtefunktion liefern.

CTEQ4L ist eine leading-order (LO) Partondichtefunktion, liefert Berechnungen also nur in der führenden und damit niedrigsten Ordnung. Sie ist folglich nur für Prozesse ohne zusätzliche Gluonabstrahlung repräsentativ, Korrekturen höherer Ordnung können mit ihr, wie auch mit der Default PDF, nicht errechnet werden. CTEQ4M und CTEQ5M1 liefern Berechnungen in next-leading-log-approximation (NLLA) und somit höhere Korrekturen zu einem dominierenden Term. Sie können für Prozesse höherer Ordnung eingesetzt werden, liefern aber, aufgrund der nur vorhandenen NLLA-Genauigkeit keine exakten Ergebnisse für diese Terme. Die einzige verwendete Partondichtefunktion, die next-to-leading-order Korrekturen (also Korrekturen durch ein zusätzliches virtuelles Parton) liefert, ist CTEQ6M.

Ngroup und Nset sind in der Programmbibliothek PDFLIB [19] vorgegebene Parameter. Mit MSTP(52,2) wird festgelegt, dass eine PDF aus PDFLIB gewählt wird. Mit MSTP(51, $1000 \cdot \text{Ngroup} + \text{Nset}$) wird anschließend die entsprechende Funktion ausgesucht.
Ausführlichere Informationen zu diesen und weiteren PDF finden sich in [19] und [17].

Schalter	PDF	Ngroup	Nset
MSTP(52,2), MSTP(51,4053)	CTEQ5M1 (NLL)	4	53
MSTP(52,2), MSTP(51,4034)	CTEQ4M (NLL)	4	34
MSTP(52,2), MSTP(51,4032)	CTEQ4L (LO)	4	32
MSTP(52,2), MSTP(51,4057)	CTEQ6M (NLO)	4	57

Tabelle 5.12: Getestete PDF mit den zugehörigen Schaltern in PYTHIA.

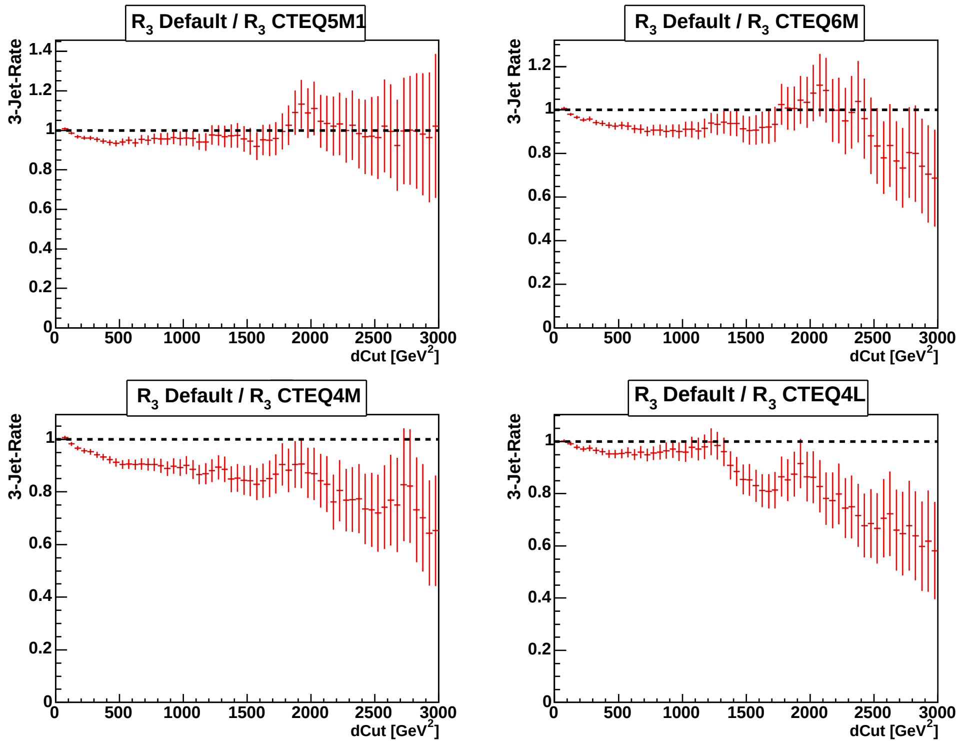


Abbildung 5.22: Sensitivität der 3-Jet-Rate auf verschiedene PDF für das Partonniveau. Links oben: Vergleich mit CTEQ5M1. Rechts oben: Vergleich mit CTEQ6M. Links unten ist der Unterschied zwischen CTEQ4M und der Default PDF zu sehen und rechts unten der Vergleich zu CTEQ4L.

Nach Implementierung der ausgesuchten PDF können die 3-Jet-Raten für die verschie-

denen Funktionen miteinander verglichen werden. Abbildung 5.22 zeigt diesen Vergleich auf Partonniveau.
Im Histogramm links oben wird dabei der Unterschied zwischen der Default PDF und der für diese Analyse häufig verwendeten CTEQ5M1 gezeigt. Man erkennt, dass die beiden Funktionen über den gesamten d_{Cut}-Bereich gut übereinstimmen. Da die beiden PDF der selben Generation angehören, bzw. CTEQ5M1 die direkte Nachfolge-PDF von CTEQ5L ist, entspricht dies genau den Erwartungen. Bei großen Werten des Abbruchparameters treten große Unsicherheiten auf. Dies ist auf statistische Fluktuationen zurückzuführen, die eine Streuung der Jet-Raten verursachen. Die Auswirkungen dieser Fluktuationen sind sowohl in Abbildung 5.22 als auch in Abbildung 5.23 deutlich erkennbar.
Der Vergleich mit CTEQ6M (Histogramm rechts oben) ergibt ebenfalls eine verhältnismäßig gute Übereinstimmung zwischen den beiden Partondichtefunktionen. Für kleine d_{Cut}-Werte zeigen sich Differenzen um etwa 10 %. Erst bei großen Werten von d_{Cut} sind Abweichungen bis ca. 30 % erkennbar.
Weniger gut sieht der Vergleich zwischen CTEQ5L und CTEQ4M im Histogramm links unten aus. Bereits bei kleinem Abbruchparameter weichen die beiden Funktionen stark ab. Dies setzt sich mit steigendem d_{Cut} fort. Es ergeben sich dabei Abweichungen um bis zu 35 %.
Auch CTEQ4L stimmt sehr schlecht mit CTEQ5L überein, obwohl sie wie die Default PDF eine LO Funktion ist. Es ergeben sich Abweichungen von bis zu 40 %, wie in Abbildung 5.22 rechts unten zu sehen ist.
Auf Hadronniveau (Abbildung 5.23) ergibt sich für die CTEQ5M1 ebenfalls eine relativ gute Übereinstimmung. Jedoch weichen alle untersuchten Partondichtefunktionen auf Hadronniveau auch bei kleinen Abbruchparametern deutlich weiter von CTEQ5L ab, als auf Partonniveau. Dies fällt insbesondere im Histogramm rechts oben auf, bei dem sich für CTEQ6M Abweichungen um bis zu 50 % ergeben.
Auffällig ist zudem, dass die Partondichtefunktion CTEQ4L auf Hadronniveau eine bessere Übereinstimmung mit der Default PDF zeigt als CTEQ4M. CTEQ4M liefert mit einer Abweichung von bis zu 90 % auf Hadronniveau die schlechteste Übereinstimmung zur Default PDF.
Allgemein kann die auf Hadronniveau erkennbare schlechtere Übereinstimmung der betrachteten PDF zur Funktion CTEQ5L auf die durch Hadronisierungsprozesse veränderte Zuordnung der Teilchen zu den Jets zurückgeführt werden. Zudem wäre es möglich, dass die verschiedenen Partondichtefunktionen eine unterschiedliche Häufigkeit in s- und t-Kanal Prozessen verursachen. Da s- und t-Kanal verschiedene Winkelverteilungen besitzen, könnte es dadurch passieren, dass vermehrt Jets nahe der Strahlachse auftreten, die dann nicht mitgezählt werden. Dies könnte zu den großen Korrekturen zwischen den einzelnen PDF führen.
Aus den Abbildungen 5.22 und 5.23 wird ersichtlich, dass die 3-Jet-Raten für die unterschiedlichen Partondichtefunktionen am besten für kleine d_{Cut}-Werte übereinstimmen. Der durch die einzelnen PDFs verursachte Unterschied kann also, analog zu den Hadronisierungskorrekturen (siehe Abschnitt 5.6), durch die Wahl eines kleinen d_{Cut} gering gehalten werden.
Für diese Analyse wurden hauptsächlich die beiden Partondichtefunktionen CTEQ5L und CTEQ5M1 zur Untersuchung der 3-Jet-Rate verwendet. Dies liegt zum einen an ihrer guten Übereinstimmung, zum anderen jedoch daran, dass CTEQ5M1 die Stan-

dardfunktion des NLO-Integrationsprogramms NLOJet++ ist.

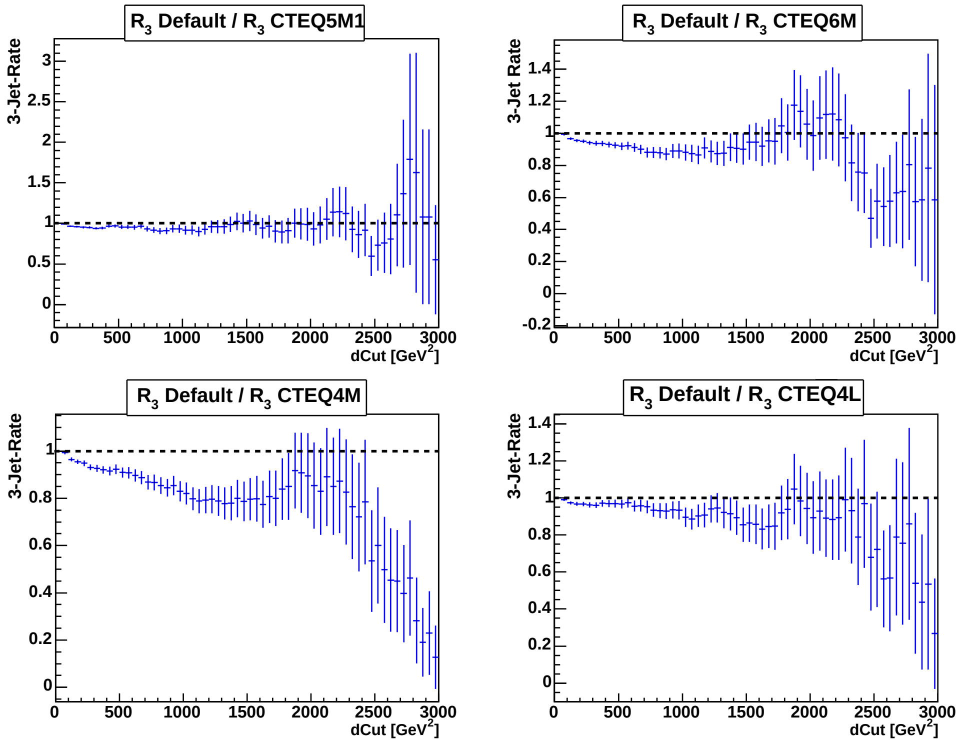


Abbildung 5.23: Sensibilität der 3-Jet-Rate auf verschiedene PDF für das Hadronniveau.

5.8 Pile-up und min-bias Ereignisse

Bei Hadroncollidern mit hoher Luminosität, wie zum Beispiel dem Tevatron oder in Zukunft auch dem LHC gibt es eine gewisse Wahrscheinlichkeit, dass in einem einzigen Bunch-crossing mehrere $p\bar{p}$ Ereignisse auftreten [16], die vom Detektor nicht mehr voneinander getrennt werden können und somit verfälschte Ergebnisse liefern. Solche Ereignisse werden *pile-up* bzw. überlagerte Ereignisse genannt.

Zudem können zusätzlich zu der harten Partonstreuung noch weiche Streuungen der Partonen auftreten. In diesem Fall spricht man von *min-bias* Ereignissen.

Um zu testen, ob und wie sich derartige Ereignisse auf die 3-Jet-Rate auswirken, wurde der pile-up und mit ihm min-bias Ereignisse in PYTHIA mit eingebaut (siehe hierzu auch Abschnitt 5.1).

Zu diesem Zweck wurde eine spezifische Luminosität von

$$L_{spez} = 3.0 \cdot 10^{31} \frac{1}{cm^2 \cdot s} \tag{5.11}$$

in Anlehnung an der bei DØ im Run II erreichten höchsten momentanen Luminosität angenommen. Daraus wurde die für PYTHIA benötigte Luminosität in der Einheit

mb^{-1} (Luminosität pro Bunch-crossing) berechnet:

$$\int L\,dt = 3.0 \cdot 10^{31} \frac{1}{cm^2 \cdot s} \cdot \frac{1}{36 \cdot 47.7\,kHz} \cdot 10^{-27} = 0.0175\,mb^{-1} \tag{5.12}$$

Die Zahl 36 gibt dabei die Anzahl der Bunch-crossings pro Umlauf an. 47.7 kHz ist die Umlauffrequenz.
Die so berechnete Luminosität wird mit Hilfe des Schalters PARP(131) an PYTHIA übergeben. Multipliziert man diese mit dem Wirkungsquerschnitt bereits studierter pile-up Ereignisse, erhält man daraus die durchschnittliche Anzahl von multiplen Wechselwirkungen für eine Kreuzung der $p\bar{p}$ Strahlen [16]:

$$\int L\,dt \cdot \sigma_{pile-up} = \bar{n} \tag{5.13}$$

Eine Abschätzung der Anzahl aller auftretenden pile-up (und damit auch min-bias) Ereignisse pro Bunch-crossing bei einer Gesamtzahl von 50000 generierten Prozessen gibt die in Abbildung 5.24 gezeigte Poissonverteilung. Man erhält hieraus eine mittlere Zahl von 2.3 multiplen Ereignissen pro Kreuzung der $p\bar{p}$ Pakete. Es gibt demnach keine Bunch-crossings, in denen keine multiplen Ereignisse auftreten. Vergleicht man den typischen pile-up Wirkungsquerschnitt $\sigma_{pile-up}$ bei einem Transversalimpulsübertrag von 80 GeV bis 120 GeV, der in etwa $130 \cdot 10^6$ nb beträgt, mit dem entsprechenden totalen Wirkungsquerschnitt für harte Partonstreuungen ohne pile-up Ereignisse σ_{tot} von etwa 35 nb, so wird deutlich, dass pile-up Ereignisse sehr viel häufiger auftreten, als harte Partonstreuungen. Da das Programm so konfiguriert wurde, dass immer harte Partonstreuungen auftreten, muss es aufgrund des größeren pile-up Wirkungsquerschnittes zu jeder harten Streuung auch mindestens ein multiples Ereignis geben.

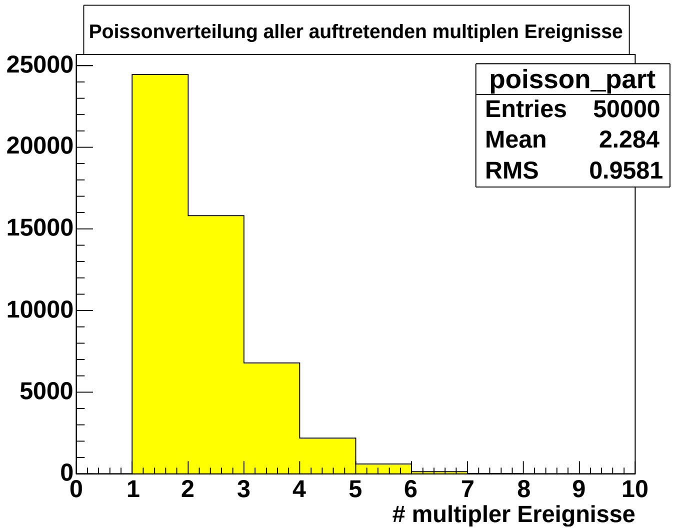


Abbildung 5.24: Poissonverteilung für pile-up und min-bias Ereignisse pro Bunch-crossing.

Die Auswirkungen dieser multiplen Ereignisse auf die 3-Jet-Rate aus Parton- bzw. Hadronjets für ein repräsentatives Transversalimpulsintervall von 80 GeV $< p_T <$ 120 GeV sind in den Abbildungen 5.25 und 5.26 illustriert.

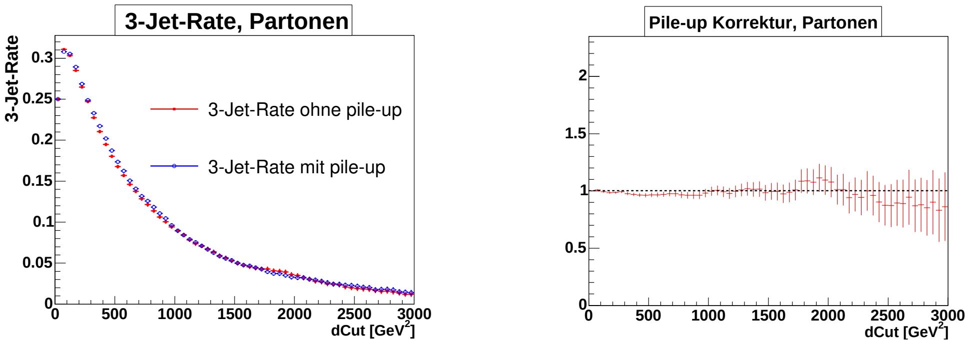


Abbildung 5.25: Pile-up Korrekturen für das Partonniveau, 80 GeV $< p_T <$ 120 GeV

Dabei unterscheiden sich die in Abbildung 5.25 links gezeigten 3-Jet-Raten mit und ohne pile-up nur wenig voneinander. Selbst bei mittleren d_{Cut}-Werten weichen die beiden Kurven um weniger als 2 % voneinander ab. Folglich liegt die entsprechende pile-up Korrektur, die in Abbildung 5.25 rechts dargestellt ist, nahezu bei eins.
Für das Hadronniveau (Abbildung 5.26) haben die multiplen Ereignisse eine größere Auswirkung. Hier weichen die Korrekturen um bis zu einem Faktor 1.5 von eins ab.

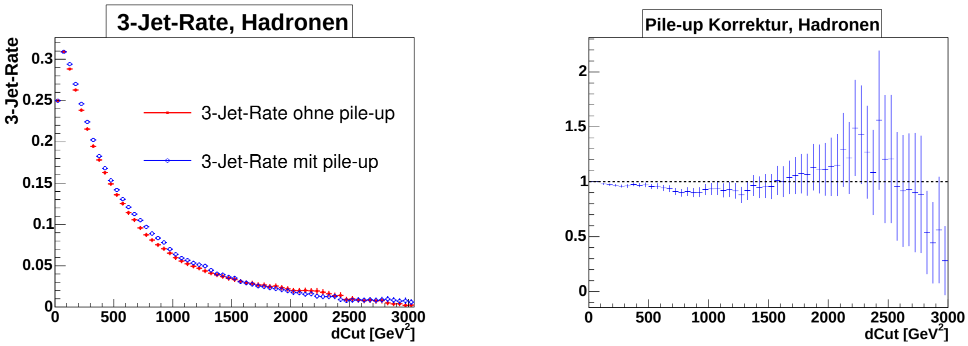


Abbildung 5.26: Pile-up Korrekturen für das Hadronniveau, 80 GeV $< p_T <$ 120 GeV.

Bei hohen Transversalimpulsüberträgen, zum Beispiel zwischen 200 GeV und 300 GeV verschieben sich die Korrekturen zu kleineren Werten hin (siehe Abbildung 5.27). Bei hohen Energien treten zwar in etwa genauso viele multiple Ereignisse auf, wie in einem Intervall von 80 GeV $< p_T <$ 120 GeV, jedoch haben sie aufgrund der hohen Transversalimpulse der Jets nur noch kleine Auswirkungen.
Allgemein kann gesagt werden, dass die durch den pile-up verursachte Korrektur für kleine Werte des Abbruchparameters (also für kleine Teilchenabstände im Impulsraum) nur gering ist.

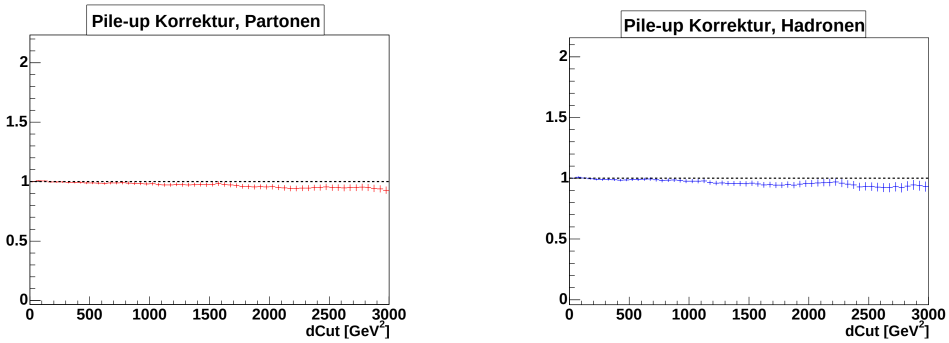


Abbildung 5.27: Pile-up Korrekturen für Parton- und Hadronniveau, 200 GeV $< p_T <$ 300 GeV.

Ein interessanter Aspekt beim Auftreten multipler Ereignisse ist, dass die hadronische Korrektur und die pile-up Korrektur entgegengesetzt wirken, wie aus Abbildung 5.28 ersichtlich wird. Dieser Effekt ist umso ausgeprägter, je höher das betrachtete Transversalimpulsintervall ist (siehe hierzu Abbildung 5.28 unten).

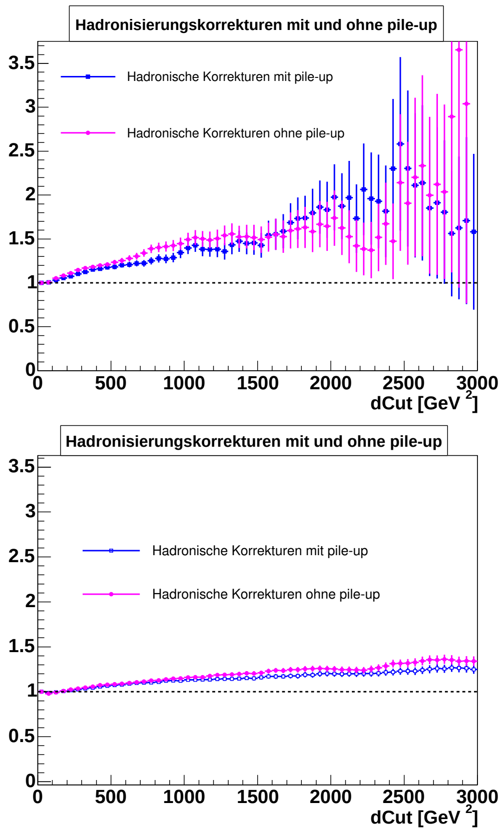


Abbildung 5.28: Hadronisierungskorrekturen mit und ohne pile-up für 80 GeV $< p_T <$ 120 GeV (oben) und 200 GeV $< p_T <$ 300 GeV (unten).

5.9 Der Verlauf von R_3

Die 3-Jet-Rate ist – bis auf Phasenraumeffekte – direkt proportional zur starken Kopplungskonstante (siehe Gleichung (5.4)). Um den Verlauf von R_3 zu ermitteln, wird, wie in Abbildung 5.29 gezeigt, ein fester Abbruchparameter von zum Beispiel $d_{Cut} = 1500\ \text{GeV}^2$ gewählt[10] und R_3 an dieser Stelle gegen ein beliebiges Transversalimpulsintervall aufgetragen.

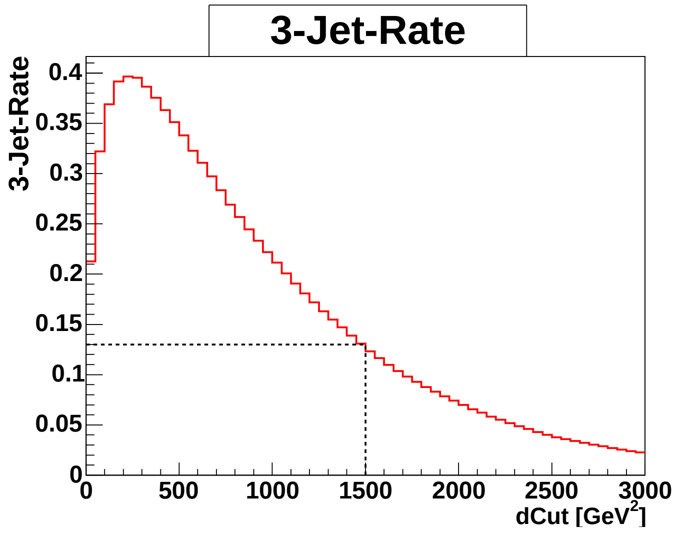


Abbildung 5.29: Die 3-Jet-Rate bei einem festen d_{Cut}-Wert.

Bei der Wahl des Abbruchparameters muss darauf geachtet werden, dass weder ein zu kleiner, noch ein zu großer Wert ausgesucht wird. Bei großem d_{Cut} liegt aufgrund von sinkenden 3-Jet Ereignissen zu wenig Statistik vor. Zudem werden viele systematische Unsicherheiten (PDF, pile-up) groß. Bei sehr kleinen Werten hingegen geht die Jetmultiplizität in einem Ereignis gegen die Anzahl der Teilchen. 4-Jet Ereignisse dominieren in diesem Fall gegenüber Ereignissen mit drei Jets im Endzustand, was typischerweise zu großen Hadronisierungseffekten führt. Ein repräsentativer Wert des Abbruchparameters liegt folglich zwischen diesen beiden Spezialfällen. Aus diesem Grund wurde für die Ermittlung des Verlaufs von α_s ein d_{Cut} von $1500\ \text{GeV}^2$ gewählt. Abbildung 5.30 links zeigt ein Ergebnis für den zu α_s proportionalen Verlauf von R_3 geplottet für $d_{Cut} = 1500\ \text{GeV}^2$ für einen berechneten Transversalimpulsübertrag von 40 GeV bis 240 GeV. Anders als erwartet steigt die Kurve mit steigendem $p_{T,calc}$ stark an. Ermittlungen der starken Kopplungskonstante unter anderem aus e^+e^- Ereignissen bei LEP lieferten jedoch eine mit p_T stark abfallende starke Kopplungskonstante [20], die für große Energien ($\widehat{=}$ kleinen Abständen zwischen den Teilchen) gegen Null geht (Asymptotische Freiheit, siehe hierzu Abschnitt 2.2.2). Dies wird in Abbildung 5.30 rechts illustriert.

[10] Da der für $p\bar{p}$ Reaktionen verwendete Abbruchparameter d_{Cut} ein absoluter Parameter ist und sich ändert, wenn p_T verändert wird, ergibt sich ein anderer Verlauf für die starke Kopplungskonstante als für einen festen, p_T-unabhängigen y_{Cut}.

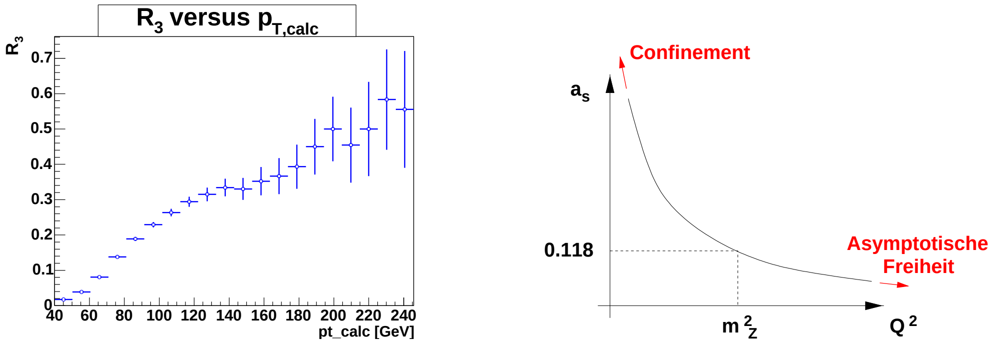


Abbildung 5.30: Links: R$_3$ aufgetragen gegen den berechneten Transversalimpulsübertrag $p_{T,calc}$. Der Verlauf ist $\sim$ α_s. Rechts: Zum Vergleich der erwartete Verlauf von α_s (schematisch).

Für diesen sehr ungewöhnlichen Verlauf der starken Kopplungskonstante kann es mehrere Gründe geben:

a) **Verwendete Abbruchparameter**. Bei der Ermittlung des Verlaufs der starken Kopplungskonstante bei LEP wurde zwar derselbe Rekonstruktionsalgorithmus verwendet, jedoch anstatt dem Abbruchparameter d_{Cut} der p_T-unabhängige Abbruchparameter y_{Cut}, was einen veränderten Verlauf verursachen könnte. Um dies zu untersuchen, bietet sich ein Vergleich der beiden Abbruchparameter an. Darauf wird im folgenden näher eingegangen.

b) **Berechnung von $p_{T,calc}$.** Die Ursache könnte an dem für diese Analyse berechneten Transversalimpulsübertrag liegen, gegen den R$_3$ aufgetragen wird. Ist dieser nur ungenau berechnet, so kann es passieren, dass Ereignisse, die eigentlich in das betrachtete Transversalimpulsintervall hineinfallen sollten, nicht mitgerechnet werden. Zur Überprüfung dieser Annahme wurde eine Korrektur für $p_{T,calc}$ entwickelt, auf die ebenfalls im folgenden näher eingegangen wird.

c) **NLO-Korrekturen.** Letztendlich könnte auch die fehlende Berechnung von NLO-Korrekturen ein Grund für den ungewöhnlichen Verlauf sein. Dies kann durch einen Vergleich mit den Ergebnissen aus NLOJet++ ermittelt werden und wird in Kapitel 7 behandelt.

Zunächst soll der Vergleich zwischen den Abbruchparametern besprochen werden.
Nach Wahl eines festen d_{Cut}-Wertes ($d_{Cut} = 1500$ GeV^2) wurde mittels

$$y_{Cut} = \frac{d_{Cut}}{E^2_{T,max}} \tag{5.14}$$

ein entsprechender Wert für y_{Cut} von 0.104 berechnet. Danach wurde für beide Abbruchparameter die 3-Jet-Rate ermittelt und diese gegen ein repräsentatives Transversalimpulsintervall von 80 GeV $< p_{T,calc} <$ 120 GeV aufgetragen. Das Ergebnis wird in Abbildung 5.31 gezeigt. Danach steigt die Kurve für den festen Wert von y_{Cut} sehr viel weniger stark an, als für festes d_{Cut}. Es ist also offensichtlich, dass der Verlauf der starken Kopplungskonstante vom verwendeten Abbruchparameter abhängig ist. Dennoch ist dieses Ergebnis noch nicht zufriedenstellend, da die Kurve auch für einen festen y_{Cut} (also analog zur Rekonstruktion in e^+e^- Ereignissen) nicht abfällt.

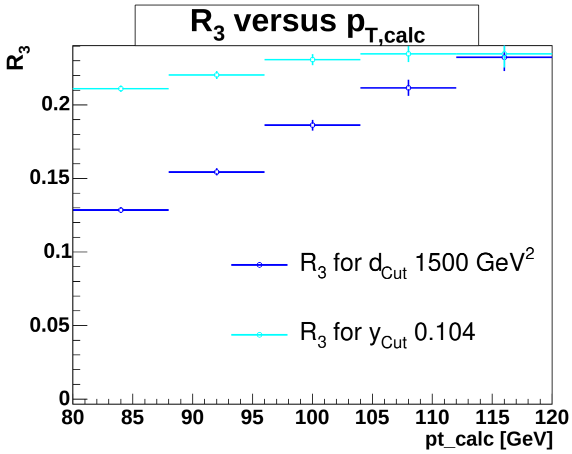


Abbildung 5.31: R_3 aufgetragen gegen den berechneten Transversalimpulsübertrag $p_{T,calc}$ für feste Abbruchparameter d_{Cut} und y_{Cut}.

Ob das Ansteigen der Kurve für einen festen Abbruchparameter tatsächlich an dem ungenau berechneten Transversalimpulsübertrag $p_{T,calc}$ liegt, kann mit Abbildung 5.32 überprüft werden. Dabei ist die 3-Jet-Rate für festen Abbruchparameter y_{Cut} gegen die in PYTHIA generierte maximale transversale Energie $E_{T,max}$ aufgetragen. Man erkennt, dass die 3-Jet-Rate nun, wie ursprünglich erwartet, abfällt. Folglich sollte eine Korrektur für $p_{T,calc}$ abhängig vom verwendeten Abbruchparameter eine ähnliche Veränderung für den Verlauf der starken Kopplungskonstante bewirken.

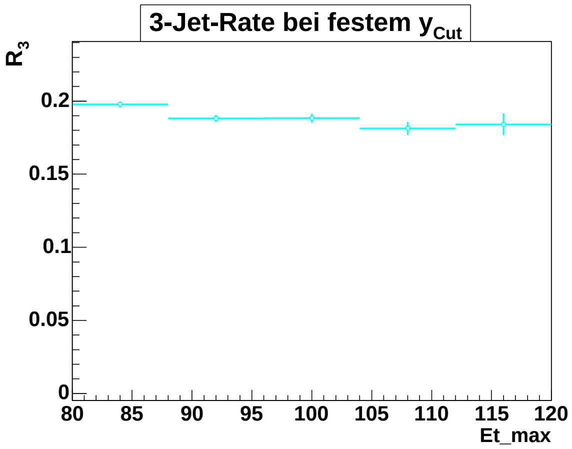


Abbildung 5.32: Die 3-Jet-Rate aufgetragen gegen die maximale transversale Energie $E_{T,max}$ im Stoß für einen festen Abbruchparameter $y_{Cut} = 0.104$.

Die Korrektur für $p_{T,calc}$ kann mit Hilfe des in Abbildung 5.10 gezeigten Vergleichs zwischen berechnetem und in PYTHIA generiertem Transversalimpulsübertrags berechnet werden. Damit ergibt sich:

$$p_{T,korrigiert} = \frac{p_{T,calc}}{\text{Mean}} \tag{5.15}$$

Mit Mean ist dabei der für das jeweilige Histogramm errechnete Mittelwert gemeint. Mit dieser Korrektur werden noch vor dem Füllen der Histogramme die einzelnen p_T-Intervalle neu berechnet.
Abbildung 5.33 zeigt den korrigierten Verlauf für α_s. Man erkennt dass die Kurve für festes d_{Cut} (Abbildung 5.33 links) in den ersten beiden Bins nun stagniert, danach jedoch wie auch in Abbildung 5.31 ansteigt. Eine Korrektur des Transversalimpulsübertrags führt also bei einer Verwendung des Abbruchparameters d_{Cut} nicht zum erwarteten Abfall von α_s.

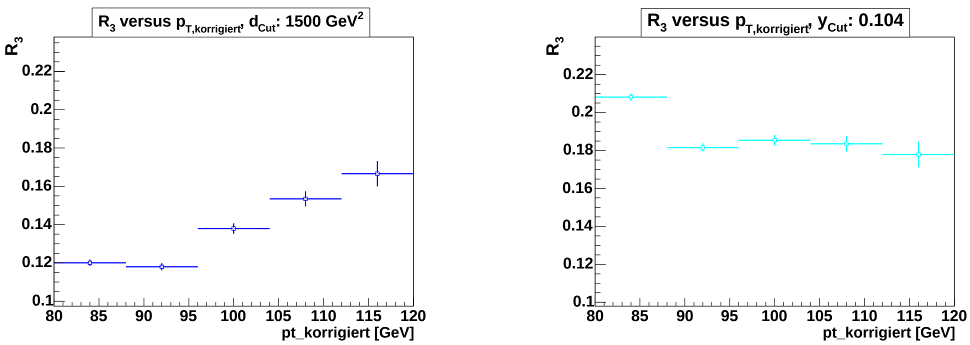


Abbildung 5.33: R$_3$ aufgetragen gegen den berechneten und korrigierten Transversalimpulsübertrag $p_{T,korrigiert}$ für einen festen Wert von d_{Cut} (links) und y_{Cut} (rechts).

Für einen festen Wert von y_{Cut} ergibt sich, wie in Abbildung 5.33 rechts aufgetragen, jedoch ein Verlauf für die starke Kopplungskonstante, der annähernd dem erwarteten abfallenden Verlauf entspricht. Daraus wird ersichtlich, dass die unterschiedlichen Abbruchparameter für den Anstieg von α_s verantwortlich sind. Dennoch ist auch eine genaue Bestimmung des Transversalimpulsübertrags $p_{T,calc}$ wichtig. Mit dessen Korrektur und dem Abbruchparameter y_{Cut}, der standardmäßig für e^+e^- Ereignisse verwendet wird, fällt die Kopplungskonstante mit steigendem Transversalimpulsübertrag ab.
Der große Sprung zwischen dem ersten und zweiten Bin in Abbildung 5.33 rechts kann dadurch erklärt werden, dass in dem betreffenden p_T-Bereich mehrfach 3-Jet Ereignisse nur als 2-Jet Ereignisse erkannt worden sind, weil der dritte Jet zu nah an der Protonstrahlachse liegt[11]. Dies führt zu einem Absinken von R_3 und somit auch von α_s. Durch Entfaltung der Matrix könnte die Korrektur für $p_{T,calc}$ noch weiter verfeinert und somit noch genauere Ergebnisse für den Verlauf der starken Kopplungskonstante gewonnen werden.

[11] siehe hierzu auch Abbildung 5.11 und zugehörige Erklärungen

Inwieweit NLO-Korrekturen das Verhalten von α_s für einen festen d_{Cut} noch beeinflussen, wird in Kapitel 7 behandelt.

Kapitel 6

Bestimmung der höheren Ordnung (NLO) mit NLOJet++

Eines der wichtigsten Werkzeuge bei der Analyse von hadronischen Endzuständen ist die perturbative Quantenchromodynamik. Um in dieser Theorie gültige Vorhersagen machen zu können, ist es sehr wichtig, Berechnungen in NLO (next-to-leading-order) Genauigkeit durchzuführen [21]. In der next-to-leading-order wird ein zusätzliches, nicht aufgelöstes Parton berücksichtigt. Dies führt zu infraroten und kollinearen Divergenzen (siehe diesbezüglich Kapitel 2), die durch geeignete Berechnungen in eine endliche Korrektur umgewandelt werden müssen. Beispiele zu leading-order (LO) und next-to-leading-order Prozessen finden sich in Abbildung 6.1.

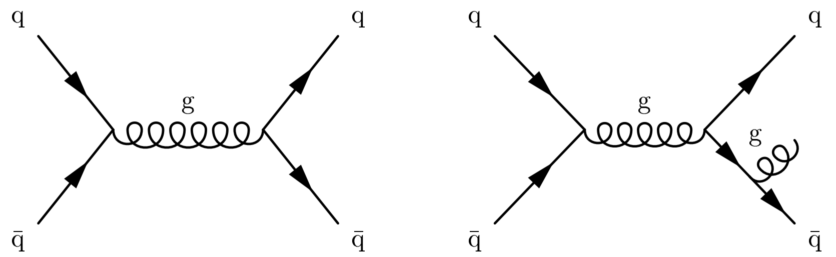


Abbildung 6.1: Links: LO Prozess. Keine Abstrahlung eines zusätzlichen Partons. Der Wirkungsquerschnitt für diesen Prozess ist proportional zu α_s^2. Rechts: NLO Prozess. Abstrahlung eines zusätzlichen Partons. Der Wirkungsquerschnitt ist proportional zu α_s^3.

In den letzten Jahren machten die theoretischen Entwicklungen, wie beispielsweise die Entwicklung der Dipol-Subtraktions-Methode [22], die Berechnung von 3-Jet Prozessen in NLO möglich.
In diesem Kapitel wird die Ermittlung der 3-Jet-Rate mit Hilfe von 2- und 3-Jet Wirkungsquerschnitten behandelt. Daraus wird der zu α_s proportionale Verlauf von R_3 in Abhängigkeit vom Transversalimpulsübertrag abgeleitet.

6.1 Das NLOJet++ Programm

Das NLOJet++-2.0.1 Programm [22–24] von Zoltán Nagy ist ein numerisches Integrationsprogramm, das Jet Wirkungsquerschnitte in NLO-Genauigkeit sowohl für Hadron- als auch für e^+e^- Kollisionen berechnen kann. Auf die explizite Berechnung des next-to-leading-order Anteils wird im nächsten Abschnitt ausführlich eingegangen.
Mit Hilfe des Programms wurden unter Verwendung des k_T Algorithmus 2- und 3-Jet Wirkungsquerschnitte in $p\bar{p}$ Kollisionen ermittelt und daraus die 3-Jet-Rate bestimmt, mit dem Ziel, diese Jet-Rate mit der aus PYTHIA ohne NLO-Anteil bestimmten 3-Jet-Rate zu vergleichen.
Die Ergebnisse, die das NLOJet++ Programm liefert, können in zwei Kategorien unterteilt werden:

a) **der BORN Term:** Er umfasst den LO Anteil. Für 2-Jet Ereignisse ist der BORN Term proportional zu α_s^2, für Ereignisse mit drei Jets im Endzustand proportional zu α_s^3.

b) **der NLO Term:** In diesem sind die NLO Korrekturen der Wirkungsquerschnitte enthalten. Für zwei Jets ist er proportional zu α_s^3, bei einem 3-Jet Ereignis ist er proportional zu α_s^4.

Wird nur der LO-Anteil betrachtet, nutzt NLOJet++ die Partondichtefunktion CTEQ5L. Im Fall der Berücksichtigung von NLO-Korrekturen wird CTEQ5M1 verwendet [22].
Der Output des Programms ist eine Liste von 16 Zahlen für jedes Bin eines Histogramms. Die ersten sieben Zahlen gehören zu sieben Einzelprozessen, die bei den internen Berechnungen separat behandelt werden. Die Zahlen entsprechen den Einträgen (Ereignissen) im jeweiligen Bin zusätzlich einer Gewichtung. Für jedes im Verlauf der numerischen Integration zufällig ausgewählte Phasenraumelement dx_1, dx_2 wird der zugehörige Wirkungsquerschnitt $d\sigma$ berechnet, der das Gewicht bei der Summation (= Integration über den ganzen Phasenraum) darstellt.
Die achte Zahl ist die Summe der vorangehenden sieben Zahlen (Gewichte). Die nächsten sieben Zahlen wiederum sind die Quadrate der Gewichte und die 16. und zugleich letzte Zahl entspricht der Summe der quadrierten Gewichte. Aus den Zahlenlisten können letztendlich die Histogramme erstellt werden.
Mit NLOJet++ kann im Gegensatz zu PYTHIA nur das Partonniveau abgedeckt werden. Hadronisierungsmodelle sind in diesem Monte-Carlo Generator noch nicht implementiert, so dass lediglich ein Vergleich der Jet-Raten vor der Hadronisierung möglich ist.

6.2 Konzept der NLO-Berechnung

Der Gesamtwirkungsquerschnitt einer Reaktion in NLO-Genauigkeit setzt sich aus zwei Teilen zusammen: Der leading-order und der next-to-leading-order [22]:

$$\sigma = \sigma^{LO} + \sigma^{NLO} = \int_n d\sigma^B + \sigma^{NLO} \tag{6.1}$$

Der leading-order Wirkungsquerschnitt berechnet sich aus dem Integral über den gesamten Phasenraum des vollkommen exklusiven Born Matrix Elements von n Partonen im Endzustand [22]. Die NLO-Korrektur σ^{NLO} ist aus zwei Termen zusammengesetzt: der reellen Korrektur und der virtuellen Korrektur. Dabei ist die reelle Korrektur σ^R das Integral über das Born Matrix Element von $n+1$ Partonen im Endzustand, die virtuelle Korrektur σ^V ist das Integral über den Interferenz-Term zwischen dem Born-Niveau und den Schleifen-Amplituden von n Partonen im Endzustand [22]:

$$\sigma^{NLO} = \int_{n+1} d\sigma^R + \int_n d\sigma^V \tag{6.2}$$

Diese beiden Beiträge sind divergent. Um die Singularitäten zu beseitigen und den NLO-Beitrag in eine endliche Größe zu verwandeln, gibt es verschiedene Methoden. Bei der in NLOJet++ verwendeten subtrahiert man einen Hilfs-Wirkungsquerschnitt σ^A von der reellen Korrektur σ^R. Dabei muß σ^A so beschaffen sein, dass er das selbe singuläre Verhalten in allen Dimensionen zeigt wie σ^R. Zudem sollte er einfach gewählt werden, um analytisch in allen Dimensionen über die Ein-Parton Unterräume, die die infraroten und kollinearen Divergenzen verursachen, integriert werden zu können [22]. Damit kann σ^A mit den virtuellen Beiträgen kombiniert werden, um zu einer endlichen Korrektur in vier Dimensionen zu führen.
Für die NLO-Korrektur ergibt sich somit:

$$\sigma^{NLO} = \int_{n+1} [(d\sigma^R)_{\varepsilon=0} - (d\sigma^A)_{\varepsilon=0}] + \int_n [d\sigma^V + \int_1 d\sigma^A]_{\varepsilon=0} \tag{6.3}$$

Es gibt verschiedene Möglichkeiten, die Berechnung der NLO-Wirkungsquerschnitte numerisch zu implementieren, die sich in der Beschaffenheit des Hilfs-Wirkungsquerschnitts σ^A unterscheiden. Für das NLOJet++ Programm wurde die so genannte *Dipol-Methode* angewandt [22].
Mit Hilfe dieser Berechnungen können die durch die NLO-Korrektur hervorgerufenen Divergenzen beseitigt und somit endliche Wirkungsquerschnitte produziert werden.

6.3 Berechnung des Transversalimpulsübertrags $\mathrm{p_T}$

Der Transversalimpulsübertrag p_T in einem Ereignis ist eine wichtige Größe. Da wegen des Teilchenverlustes in der Strahlröhre der Longitudinalimpuls p_L nicht als Erhaltungsgröße nutzbar ist, ist er eine der wenigen erhaltenen Größen an Hadroncollidern. Er wird unter anderem als Energieskala für den Verlauf der starken Kopplungskonstante benötigt.
In NLOJet++ wurde p_T in Anlehnung an den in PYTHIA generierten Impulsübertrag $p_{T,gen}$ berechnet. Die explizite Berechnung soll am Beispiel eines Ereignisses mit drei Partonen im Endzustand erklärt werden (siehe Abbildung 6.2):
Die Summe der Transversalimpulse aller Teilchen in einem Ereignis ist Null[1]:

$$\sum_{i=1}^{n} \vec{p_{T,i}} = 0 \tag{6.4}$$

[1] Dies folgt aus dem Energie- bzw. Impulserhaltungssatz.

Der Transversalimpuls des ersten Teilchens (Partons) ist dann:

$$\vec{p}_{T,1} = -(\vec{p}_{T,2} + \vec{p}_{T,3}) \tag{6.5}$$

Die Transversalimpulse der anderen Teilchen berechnen sich analog. Der Transversalimpulsübertrag im Ereignis wird letztendlich aus dem Vergleich der Transversalimpulse aller beteiligten Teilchen errechnet:

$$|\vec{p}_T| = \max |\vec{p}_{T,i}| \tag{6.6}$$

Das bedeutet, dass der Transversalimpulsübertrag in der harten Streuung der Partonen dem höchsten Teilchen-Transversalimpuls im Ereignis entspricht.
Teilchen, deren Transversalimpuls gegen Null geht $p_{T,i} \rightarrow 0$, können nicht experimentell erfasst werden. Sie werden dem (Anti-)Protonrest zugeordnet. Daher wurden zusätzlich zur Berechnung des Transversalimpulsübertrags alle Reaktionen mit $p_T < 40$ GeV verworfen. Solche Prozesse - im Allgemeinen t-Kanal Prozesse - führen zu divergierenden Wirkungsquerschnitten.

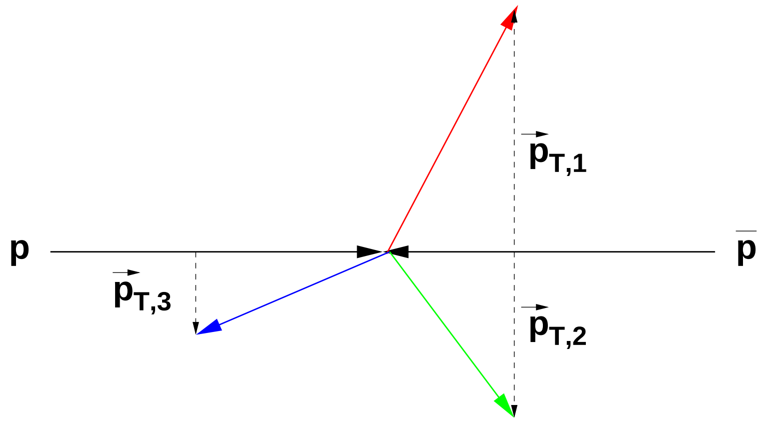


Abbildung 6.2: Illustration der Berechnung des Transversalimpulsübertrags in NLOJet++ für ein 3-Jet Ereignis.

6.4 Bestimmung der 3-Jet-Rate R_3

Die Bestimmung der 3-Jet-Rate in NLOJet++ ist wesentlich komplizierter, als in PYTHIA, da dabei für jedes Ereignis sowohl der LO- als auch der NLO-Anteil berücksichtigt werden muss. Die 3-Jet-Rate berechnet sich schließlich aus folgender Formel:

$$R_3 = \frac{N_{3-\text{Jet, BORN}}}{\sum(N_{2-\text{Jet, BORN}} + N_{2-\text{Jet, NLO}})} \sim \alpha_s \tag{6.7}$$

Im folgenden werden der Einfachheit halber die einzelnen Terme als $BORN_3$, $BORN_2$ bzw. NLO_2 bezeichnet.
Der NLO-Anteil für Ereignisse mit drei Jets im Endzustand NLO_3 wurde bei der Berechnung von R_3 nicht berücksichtigt. Dieser Term ist proportional zu α_s^4. Bei

Berücksichtigung von NLO_3 müsste daher der entsprechende α_s^4 Term für 2-Jet Ereignisse mitgerechnet werden. Dies wäre $NNLO_2$, welcher noch nicht in NLOJet++ implementiert bzw. berechnet ist.
Die gewichteten LO- und NLO-Terme für einen Transversalimpulsübertrag von 80 GeV bis 120 GeV aufgetragen gegen *dmin*3 sind in Abbildung 6.3 zu sehen. Der next-to-leading-order Anteil für 2-Jet Ereignisse berücksichtigt dabei eine nicht-aufgelöste Gluonabstrahlung, beim leading-order Term für Ereignisse mit drei Jets ist das abgestrahlte Gluon hingegen aufgelöst.
*dmin*3 ist, analog zu d_{Cut} in PYTHIA, der Abbruchparameter des Algorithmus und entspricht einem Abstandsmaß im Impulsraum. Der Unterschied zwischen den beiden Parametern liegt darin, dass *dmin*3 speziell für Ereignisse mit drei Jets im Endzustand konzipiert ist, also nur für 3-Jet Ereignisse repräsentativ ist, während d_{Cut} unabhängig von der Jetmultiplizität im Endzustand verwendet wurde. In NLOJet++ muss folglich, abhängig von der Zahl der Jets im Endzustand, jeweils ein unterschiedliches Abstandsmaß berechnet und zur Jetrekonstruktion verwendet werden.
Man erkennt deutlich die große Ähnlichkeit zwischen den beiden in Abbildung 6.3 gezeigten Kurven. NLO_2 und $BORN_3$, beide $\sim \alpha_s^3$, sind demnach identisch, bis auf die virtuellen Terme in NLO_2, die die Divergenz des Wirkungsquerschnittes kompensieren, was sich insbesondere in den ersten Bins, also für kleine Werte von *dmin*3 bemerkbar macht.

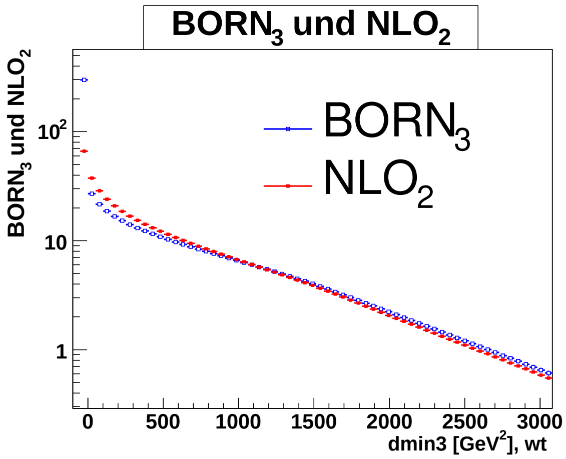


Abbildung 6.3: Ein Vergleich von $BORN_3 \sim \alpha_s^3$ und $NLO_2 \sim \alpha_s^3$. *wt* steht für die Gewichtung der Ereignisse.

Für den zu α_s^2 proportionalen LO-Term für Ereignisse mit zwei Jets im Endzustand, $BORN_2$, gibt es keine Einträge für $dmin3 > 0$. Der Grund dafür ist, dass *dmin*3 der Abbruchparameter für Ereignisse mit drei Jets im Endzustand ist, also für Ereignisse $\sim \alpha_s^3$ oder höher, und somit für $BORN_2$ nicht repräsentativ ist. Folglich wurde für solche Ereignisse $dmin3 < 0$ festgelegt.
Die aus diesen LO- und NLO-Termen berechnete 3-Jet-Rate in next-to-leading-order ist in Abbildung 6.4 für das repräsentative Transversalimpulsintervall 80 GeV –

120 GeV zu sehen. Gut zu erkennen ist der erwartete Abfall von R_3 mit steigendem Abbruchparameter *dmin*3, was auf das Absinken von Ereignissen mit drei Jets im Endzustand bei großen *dmin*3 (großem Abstandsmaß im Impulsraum) zurückzuführen ist.

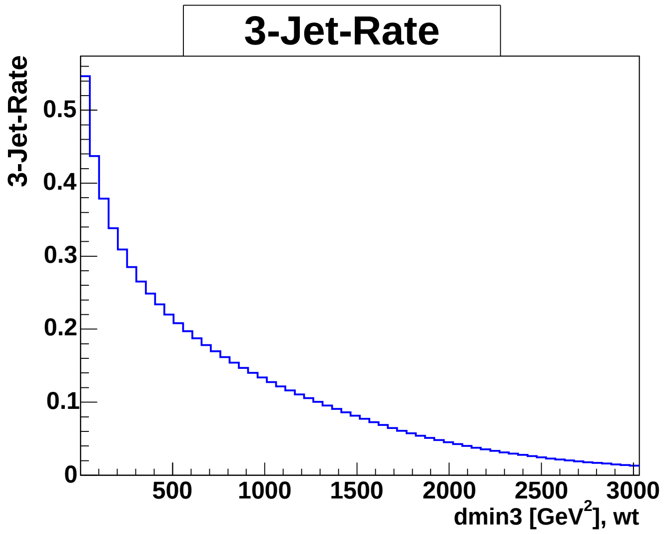


Abbildung 6.4: Die 3-Jet-Rate in NLO, 80 GeV − 120 GeV

Die 3-Jet-Rate bei einem Transversalimpulsfenster von 200 GeV − 300 GeV (Abbildung 6.5) liegt für kleinere *dmin*3 in guter Übereinstimmung mit der in Abbildung 6.4 gezeigten Jet-Rate. Für größere Abbruchparameter zeigen sich Abweichungen, was an der Zunahme von 3-Jet Ereignissen bei hohen *dmin*3 und dem damit verbundenen Ansteigen von R_3 für große p_T liegt.

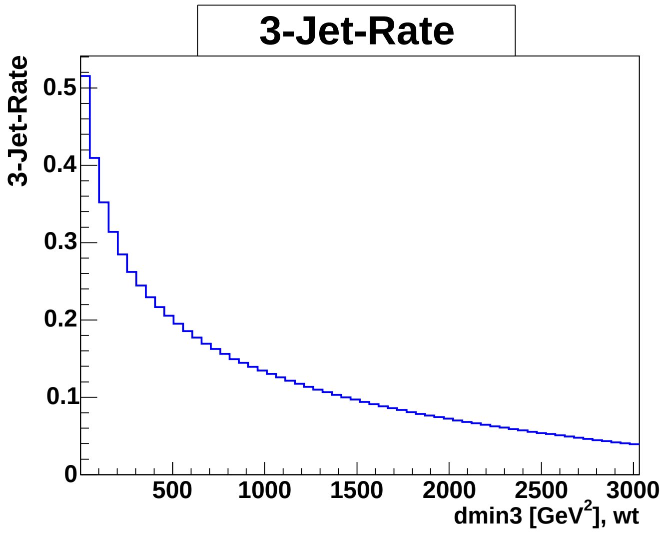


Abbildung 6.5: Die 3-Jet-Rate in NLO für 200 GeV − 300 GeV

6.5 Der Verlauf von R_3 in NLO

Wie in Kapitel 5 beschrieben, wird die berechnete 3-Jet-Rate für einen festen Wert des Abbruchparameters gegen den Transversalimpulsübertrag im harten Stoß aufgetragen, um einen zu α_s proportionalen Verlauf zu ermitteln.
Wie auch für die 3-Jet-Rate aus PYTHIA wurde in NLOJet++ ein Wert von 1500 GeV^2 für den Abbruchparameter gewählt. Da $dmin3$ jedoch der Abbruchparameter für Ereignisse mit drei Jets im Endzustand ist, ist hier die Festlegung komplizierter, als in PYTHIA. NLOJet++ berechnet ein $d\sigma_{3-\mathrm{Jet}}$ oder $d\sigma_{2-\mathrm{Jet}}$ zu einem Phasenraumelement dx_1dx_2. Dazu gehört ein entsprechendes $dmin3$. Um $\sigma_{3-\mathrm{Jet}}$ zu erhalten, muss also über alle x_1x_2 integriert werden, zu denen $dmin3 > d_{Cut}$ gehört. Folglich wurden alle 3-Jet Ereignisse mit $dmin3 > 1500$ GeV^2 selektiert. 2-Jet Ereignisse, für die der Abbruchparameter $dmin2$ gilt, können durch eine Einschränkung von $dmin3$ nicht selektiert werden. Nachdem diese Auswahl an Ereignissen getroffen wurde, kann die 3-Jet-Rate gegen den Transversalimpulsübertrag p_T aufgetragen werden. Das entsprechende Ergebnis ist in Abbildung 6.6 zu sehen.

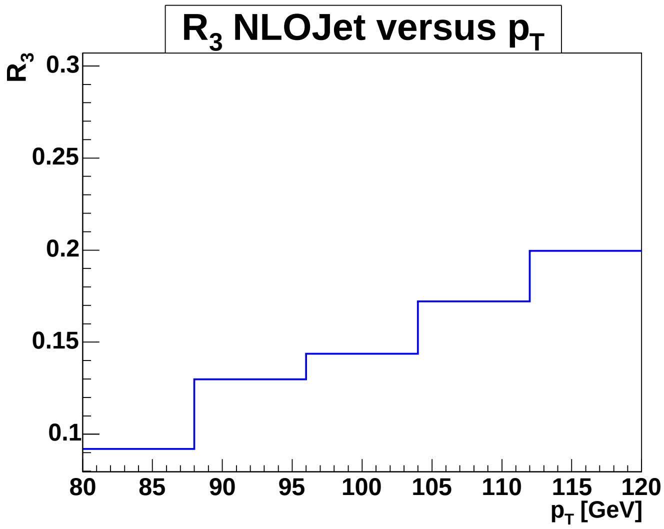


Abbildung 6.6: Die 3-Jet-Rate aufgetragen gegen den Transversalimpulsübertrag p_T.

Wie bereits in Kapitel 2 besprochen, sollte die starke Kopplungskonstante mit wachsender Energieskala abfallen. Im Fall von Abbildung 6.6 steigt die zu α_s proportionale Kurve jedoch mit wachsendem p_T stark an. Der durch die Festlegung des Abbruchparameters $dmin3$ ausgewählte Phasenraum vergrößert sich mit steigendem p_T. Dies führt zu einer größeren Zahl von Jets im Endzustand (siehe diesbezüglich auch Abschnitt 5.5) und folglich zu einer höheren 3-Jet-Rate, was ein Ansteigen der gezeigten Kurve zur Folge hat. Wie in Abschnitt 5.9 bereits gefolgert wurde, liegt der beobachtete Anstieg also hauptsächlich an dem Abbruchparameter d_{Cut} bzw. im Fall von NLOJet++ an $dmin3$, der ein anderes Verhalten von α_s im Vergleich zu dem für die Analyse von e^+e^--Ereignissen verwendeten Abbruchparameter y_{Cut} verursacht. Ein Vergleich mit den Ergebnissen aus PYTHIA mit der Besprechung eines möglichen Einflusses

von NLO-Korrekturen auf den Verlauf von α_s erfolgt im anschließenden Kapitel.
Der Verlauf für größere p_T wird in Abbildung 6.7 illustriert. Hier steigt die Kurve mit wachsendem p_T immer noch kontinuierlich, aber weniger stark an. Allgemein ist R_3 bei höherem Transversalimpulsübertrag größer, was auf die vermehrte Anzahl von 3-Jet Ereignissen bei höherer Energie zurückzuführen ist.

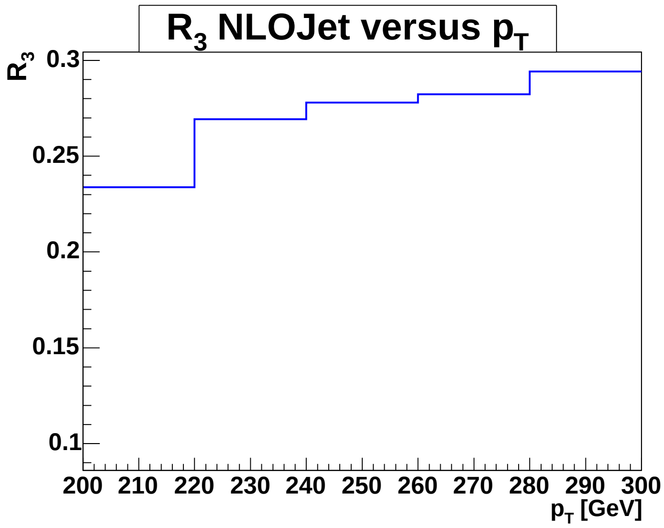


Abbildung 6.7: Die 3-Jet-Rate aufgetragen gegen den Transversalimpulsübertrag 200 GeV $< p_T <$ 300 GeV.

Kapitel 7

Vergleich der generierten Resultate mit der Theorie

In Kapitel 5 und 6 wurden R_3 und α_s in leading-order- bzw. in next-to-leading-order-Genauigkeit bestimmt.
Um die Veränderungen der 3-Jet-Rate unter dem Einfluss von next-to-leading-order Korrekturen zu untersuchen, werden im folgenden die Ergebnisse aus PYTHIA und NLOJet++ miteinander verglichen.

7.1 Vergleich von R_3 PYTHIA und R_3 NLOJet++

Die 3-Jet-Rate R_3 aus LLA (leading-log-approximation) wurde in PYTHIA unter der Berücksichtigung von Ereignissen mit bis zu fünf Jets im Endzustand berechnet:

$$R_{3,\mathrm{PYTHIA}} = \frac{N_{3-\mathrm{Jet}}}{N_{2-\mathrm{Jet}} + N_{3-\mathrm{Jet}} + N_{4-\mathrm{Jet}} + N_{5-\mathrm{Jet}}} \sim \alpha_s \tag{7.1}$$

In NLOJet++ hingegen wurden lediglich 2- und 3-Jet Ereignisse zur Berechnung von R_3 hinzugezogen:

$$R_{3,\mathrm{NLOJet}} = \frac{N_{3-\mathrm{Jet,\ BORN}}}{\sum(N_{2-\mathrm{Jet,\ BORN}} + N_{2-\mathrm{Jet,\ NLO}})} \sim \alpha_s \tag{7.2}$$

Des Weiteren wurde für die Berechnung der 3-Jet-Rate in NLO der NLO_3-Term aufgrund eines fehlenden entsprechenden α_s^4 Anteils für 2-Jet Ereignisse nicht miteinbezogen. Dies erklärt die in Abbildung 7.1 sichtbaren Unterschiede zwischen den beiden 3-Jet-Raten, die insbesondere bei kleinen Werten des Abbruchparameters d_{Cut} auftreten.

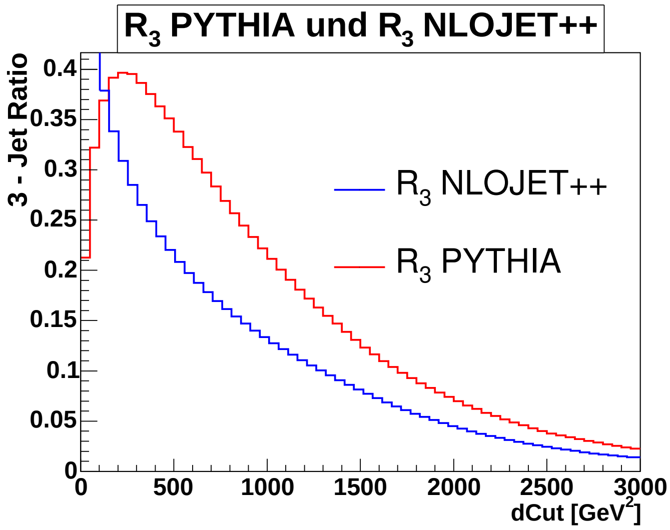


Abbildung 7.1: Vergleich der 3-Jet-Raten aus PYTHIA und NLOJet++ für 80 GeV $< p_T <$ 120 GeV.

Wird hingegen ein empirischer Korrekturfaktor von 1.6 als Ausgleich für den fehlenden NLO_3-Term mitberücksichtigt, stimmen die 3-Jet-Raten, insbesondere bei großem d_{Cut}, bei dem nur noch Ereignisse mit wenigen Jets im Endzustand auftreten, sehr gut überein, wie aus Abbildung 7.2 ersichtlich ist.

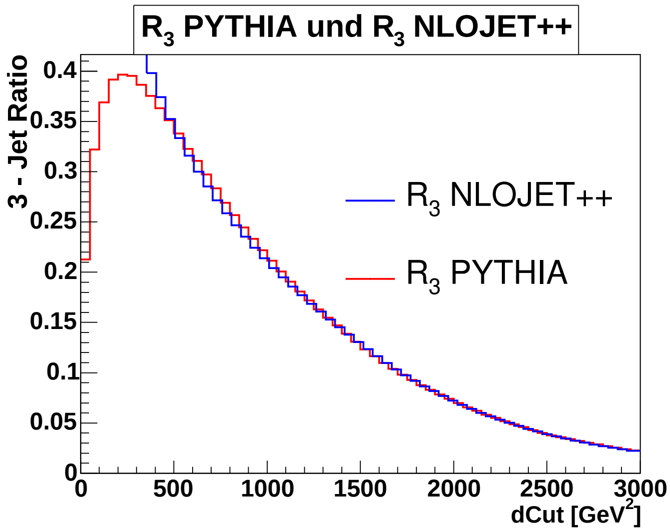


Abbildung 7.2: Vergleich der 3-Jet-Raten aus PYTHIA und NLOJet++ mit Korrekturfaktor 1.6 für den fehlenden NLO_3-Term im Intervall 80 GeV $< p_T <$ 120 GeV.

Um einen repräsentativeren Vergleich von R_3 aus PYTHIA und NLOJet++ machen zu können, müssten sowohl der NLO_3-, als auch der $NNLO_2$-Term in NLOJet++ implementiert werden, damit Ereignisse, deren Wirkungsquerschnitt proportional zu α_s^4 ist, berücksichtigt werden können. Dann könnte die 3-Jet-Rate in der Form

$$R_{3,\mathrm{NLOJet}} = \frac{N_{3-\mathrm{Jet,\ BORN}} + N_{3-\mathrm{Jet,\ NLO}}}{\sum(N_{2-\mathrm{Jet,\ BORN}} + N_{2-\mathrm{Jet,\ NLO}} + N_{2-\mathrm{Jet,\ NNLO}})} \sim \alpha_s \tag{7.3}$$

berechnet werden.

Für größere Transversalimpulsüberträge, wie im Fall von Abbildung 7.3 für $200\ \mathrm{GeV} < p_T < 300\ \mathrm{GeV}$ sind die Unterschiede zwischen den beiden 3-Jet-Raten bedeutend größer. Bei sehr kleinen d_{Cut}-Werten ($0\ \mathrm{GeV}^2 < d_{Cut} < 250\ \mathrm{GeV}^2$) liegt die 3-Jet-Rate aus PYTHIA dabei unter der aus NLOJet++. Dies liegt daran, dass bei höheren p_T im Bereich sehr kleiner Abbruchparameter vermehrt 4- und 5-Jet Ereignisse auftreten, die nur in PYTHIA mitberücksichtigt wurden und die R_3 verkleinern.

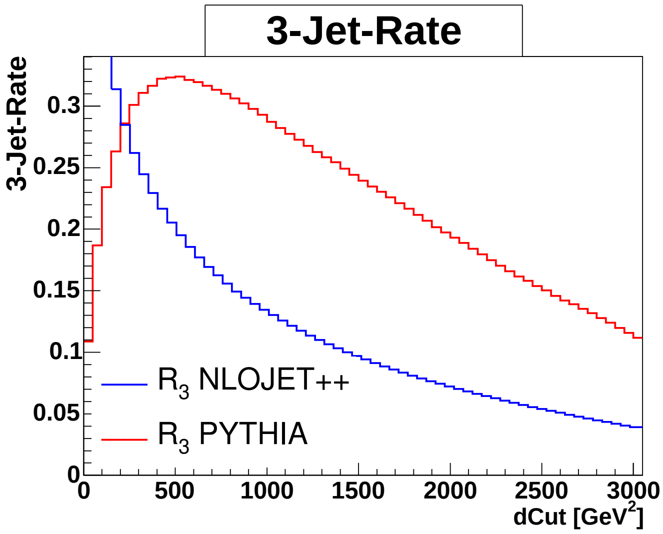


Abbildung 7.3: Vergleich der 3-Jet-Raten für $200\ \mathrm{GeV} < p_T < 300\ \mathrm{GeV}$.

Bei mittleren und großen Werten des Abbruchparameters hingegen ist $R_{3,\mathrm{NLOJet}}$ sehr viel kleiner als $R_{3,\mathrm{PYTHIA}}$. Das Fehlen des NLO_3-Terms hat bei höheren p_T, bei denen für große d_{Cut}-Werte mehr Ereignisse mit drei Jets im Endzustand auftreten, augenscheinlich eine viel größere Auswirkung, als im Intervall $80\ \mathrm{GeV} < p_T < 120\ \mathrm{GeV}$. Erst bei einem Korrekturfaktor von 2.8 für den fehlenden NLO_3-Beitrag stimmen die Jet-Raten bei großen Abbruchparametern gut überein, wie aus Abbildung 7.4 ersichtlich wird. Die stärkere Abweichung der beiden Jet-Raten für größere p_T wird auch aus Abbildung 7.5 ersichtlich[1].

Für kleinere Werte des Abbruchparameters, bei denen die Unterschiede zwischen den beiden Jet-Raten immer mehr durch die in NLOJet++ fehlenden 4- und 5-Jet Ereignisse verursacht werden, liegt $R_{3,\mathrm{NLOJet}}$ auch nach Einführen des Korrekturfaktors weiterhin über $R_{3,\mathrm{PYTHIA}}$.

[1] Zur besseren Ansicht wurde in Abbildung 7.5 oben ein d_{Cut}-Bereich von 0 bis 5000 GeV^2 aufgetragen. Tatsächlich sind für einen p_T-Bereich von $300\ \mathrm{GeV} < p_T < 400\ \mathrm{GeV}$ d_{Cut}-Werte von bis zu 26667 GeV^2 repräsentativ, wie aus Formel (5.10) in Kapitel 5 folgt.

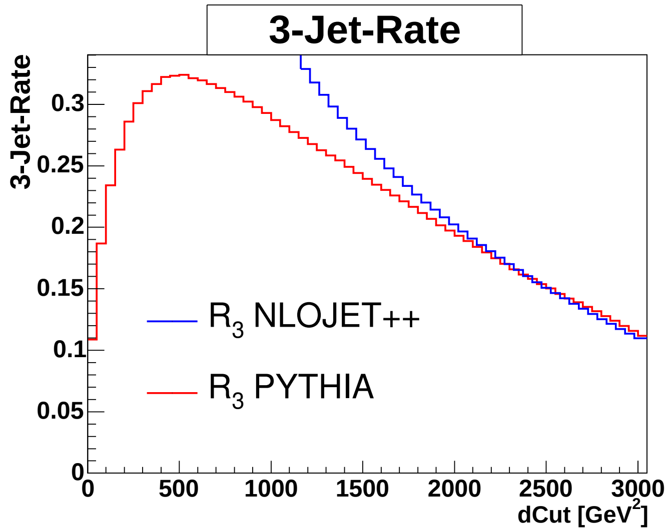


Abbildung 7.4: Vergleich von $R_{3,\mathrm{PYTHIA}}$ und $R_{3,\mathrm{NLOJet}}$ mit Korrekturfaktor 2.8 für den fehlenden NLO_3-Term im Intervall 200 GeV $< p_T <$ 300 GeV.

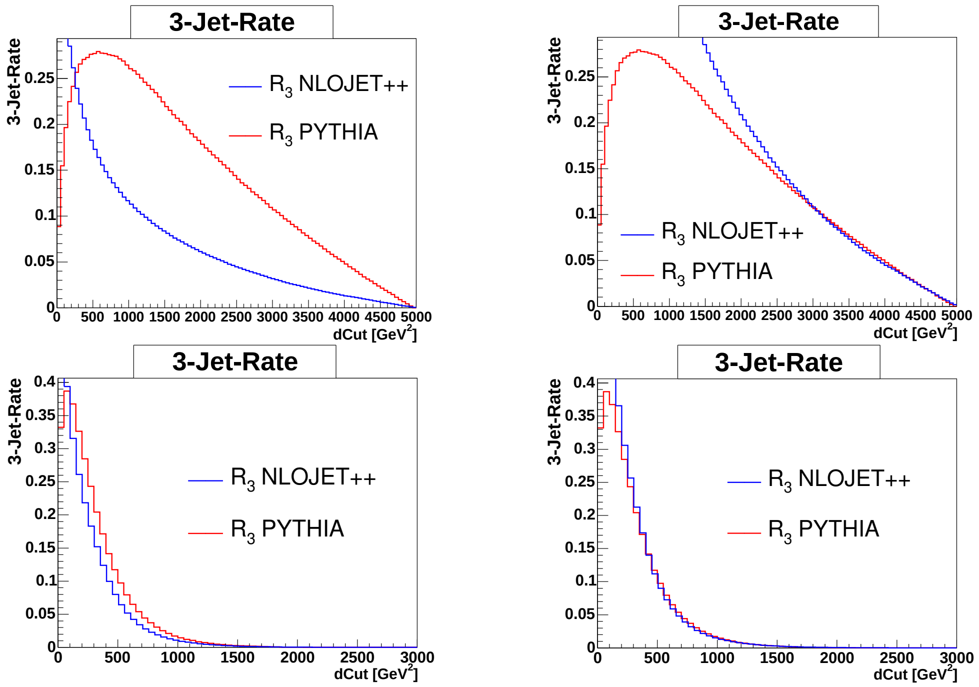


Abbildung 7.5: Oben: 300 GeV $< p_T <$ 400 GeV. Links: kein Korrekturfaktor. Rechts: mit Korrekturfaktor 3.4 für den fehlenden NLO_3-Term. Zum Vergleich ist unten das Intervall 40 GeV $< p_T <$ 60 GeV gezeigt. Links: kein Korrekturfaktor. Rechts: bereits ein Korrekturfaktor von 1.4 führt zu einer guten Übereinstimmung der beiden Kurven. Bei kleineren p_T ist die Auswirkung des NLO_3-Terms auf die gesamte 3-Jet-Rate nur gering.

Sehr interessant ist, dass der Korrekturfaktor für den NLO_3-Term mit dem p_T-Intervall augenscheinlich ansteigt. Dies ist jedoch rein subjektiv. Wählt man einen größeren Transversalimpulsübertrag aus, so fungiert dies als eine Art Zoom auf die ersten Bins in den betrachteten Diagrammen, bei denen große Diskrepanzen zwischen den beiden Jet-Raten auftreten. Dies geht einher mit der Tatsache, dass sich der relevante d_{Cut}-Bereich mit steigendem p_T stark vergrößert (siehe Formel (5.10)). Die Ausläufer von R_3 "rutschen" folglich mit dem steigendem Transversalimpuls zu größeren d_{Cut}-Werten hin. Versucht man dann, die Kurven durch einen Korrekturfaktor wieder einander anzunähern, so geschieht dies für den vergrößerten Bereich der 3-Jet-Rate. Folglich ist auch der Korrekturfaktor größer.

7.2 Vergleich des Verlaufs von R_3 mit und ohne NLO-Korrekturen

Der Verlauf von R_3 wurde sowohl in PYTHIA als auch in NLOJet++ durch Auftragen der 3-Jet-Rate bei einem festen Wert des Abbruchparameters gegen ein bestimmtes Intervall der Energieskala ermittelt. Für PYTHIA wurde dabei der berechnete Transversalimpulsübertrag $p_{T,calc}$ verwendet. In NLOJet++ dient das in Anlehnung an den in PYTHIA generierten Transversalimpulsübertrag berechnete p_T als Energieskala.
Einen Vergleich der Ergebnisse zeigt Abbildung 7.6. Zu sehen ist dabei das Ergebnis aus PYTHIA für einen festen Wert des Abbruchparameters $d_{Cut} = 1500$ GeV^2, sowie der in NLOJet++ ermittelte Verlauf der starken Kopplungskonstante für $dmin3 > 1500$ GeV^2, wobei $dmin3$ der Abbruchparameter für drei Jets im Endzustand ist.

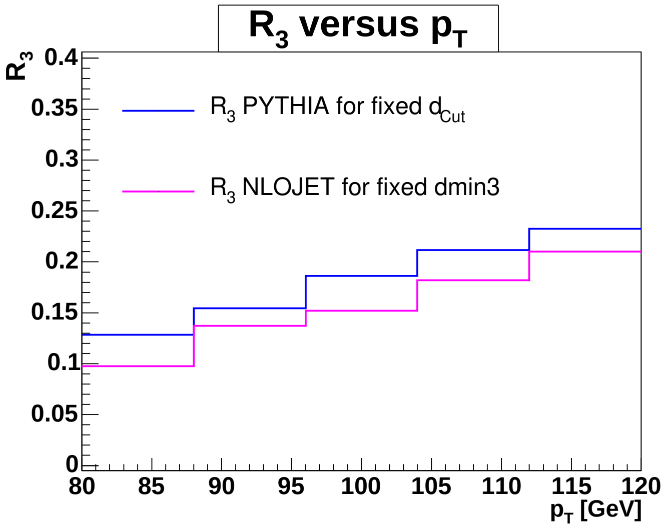


Abbildung 7.6: Blau:3-Jet-Rate R_3 aus PYTHIA für einen festen Wert des Abbruchparameters d_{Cut} für den berechneten Transversalimpulsübertrag $p_{T,calc}$. Magenta: R_3 aus NLOJet++ aufgetragen gegen den Transversalimpulsübertrag im harten Stoß p_T, für einen festen Wert des Abbruchparameters $dmin3$.

Gut zu erkennen ist die große Ähnlichkeit der beiden Kurven. Beide steigen mit wachsendem Transversalimpulsübertrag stark an, wobei das Ergebnis aus NLOJet++ überall leicht unter dem aus PYTHIA liegt. Dies kann wiederum durch das Fehlen des NLO_3-Terms erklärt werden.
Der Verlauf der beiden Kurven zeigt, dass nicht die in PYTHIA fehlende NLO-Korrektur für das Ansteigen von R_3 verantwortlich ist, sondern der Abbruchparameter des Algorithmus. Da d_{Cut} bzw. $dmin3$ absolute Parameter sind, wird durch ihre Festlegung auch ein bestimmter p_T-abhängiger Bereich im Phasenraum festgelegt, wie bereits in Abschnitt 5.5 und 6.5 ausführlich erläutert wurde. Dadurch werden mit steigendem p_T Ereignisse mit mehr Jets im Endzustand häufiger, was zu einem Ansteigen der 3-Jet-Rate führt.
Ein Vergleich des Verlaufs von R_3 unter Mitberücksichtigung des NLO_3-Terms (Korrekturfaktor von 1.22 als Ausgleich für NLO_3) ist in Abbildung 7.7 zu sehen. Durch die Berücksichtigung des fehlenden Terms liegen die beiden Kurven nun in relativ guter Übereinstimmung. Lediglich im letzten Bin ist die Abweichung vergleichbar zu der im Abbildung 7.6 ermittelten. Dies deutet darauf hin, dass der Unterschied zwischen den Kurven an der Obergrenze des betrachteten p_T-Intervalls hauptsächlich auf die fehlenden 4- und 5-Jet Ereignisse zurückzuführen ist.

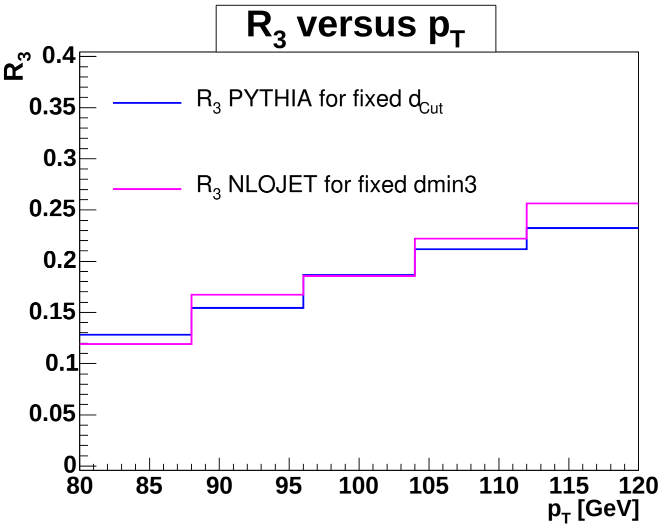


Abbildung 7.7: Vergleich der Ergebnisse aus PYTHIA und NLOJet++ für einen festen Wert des Abbruchparameters unter Berücksichtigung des Korrekturfaktors 1.22 für den fehlenden NLO_3-Term.

Die Abbildungen 7.8 und 7.9 zeigen den Verlauf von α_s für die Intervalle 200 GeV $< p_T <$ 300 GeV bzw. 40 GeV $< p_T <$ 60 GeV. Dabei wird aus Abbildung 7.8 ersichtlich, dass R_3 für größere p_T um etwa einen Faktor zwei größer ist. Da mit steigendem p_T bei festem d_{Cut} mehr Ereignisse mit drei Jets im Endzustand rekonstruiert werden, entspricht dies den Erwartungen. Mit Hilfe eines Korrekturfaktors von 1.23 (siehe Abbildung 7.8 rechts) konnte auch hier gezeigt werden, dass die Abweichung zwischen $R_{3,\mathrm{PYTHIA}}$ und $R_{3,\mathrm{NLOJet}}$ durch den nicht berechneten NLO_3-Term verursacht wird.

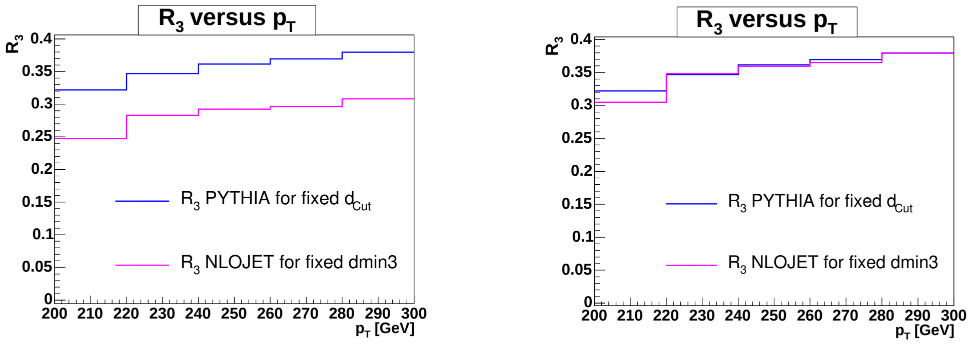


Abbildung 7.8: 200 GeV $< p_T <$ 300 GeV. Links: ohne Korrekturfaktor für den nicht berechneten NLO$_3$-Term. Rechts: Korrekturfaktor 1.23.

In Abbildung 7.9 ist der Verlauf von R$_3$ im Intervall 40 GeV $< p_T <$ 60 GeV zu sehen. Da für sehr kleine p_T bei einem d_{Cut} von 1500 GeV^2 weder 4- und 5-Jet Ereignisse auftreten noch viele Ereignisse mit drei Jets im Endzustand rekonstruiert werden, sind beide Jet-Raten sehr klein. Des Weiteren weichen sie kaum noch voneinander ab, da in diesem p_T-Intervall weder ein Fehlen von Ereignissen mit vielen Jets im Endzustand noch der NLO$_3$-Term zu großen Unterschieden der Jet-Raten führen kann.

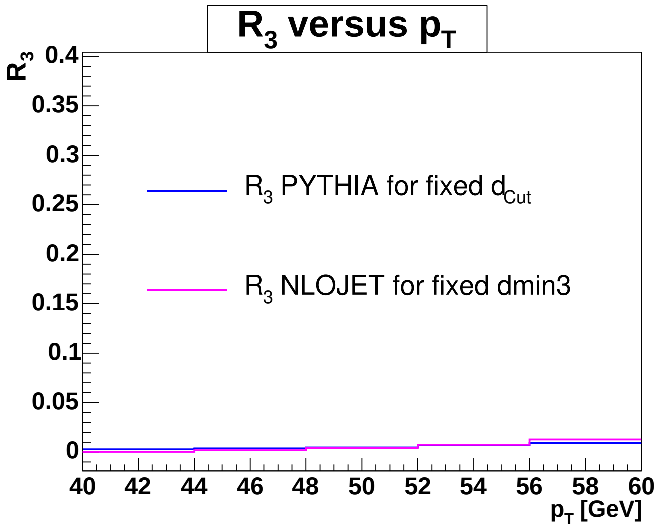


Abbildung 7.9: Verlauf von R$_3$ aus PYTHIA und NLOJet++ für 40 GeV $< p_T <$ 60 GeV.

Gut zu erkennen ist in allen für den Verlauf der 3-Jet-Rate gezeigten Histogrammen, dass der Korrekturfaktor nahezu unabhängig von den verschiedenen p_T-Intervallen zu sein scheint.
Zum Abschluss wird in Abbildung 7.10 der Verlauf der 3-Jet-Rate für den gesamten p_T-Bereich mit und ohne Korrekturfaktor gezeigt. Wie bereits diskutiert liegt

$R_{3,\mathrm{PYTHIA}}$ im gesamten Intervall über der 3-Jet-Rate aus NLOJet++[2].
Auffällig sind die Fluktuationen von $R_{3,\mathrm{PYTHIA}}$ ab ca. 200 GeV und der abrupte Einbruch dieser Jet-Rate für $p_T > 330$ GeV. Dies kann auf fehlende Statistik zurückgeführt werden, da in PYTHIA für den Bereich 40 GeV $< p_T <$ 400 GeV lediglich 250000 Ereignisse generiert wurden, in NLOJet++ jedoch eine Million Ereignisse. Für $p_T = 320$ GeV wurde daher nur noch genau ein Ereignis mit drei Jets im Endzustand rekonstruiert, weshalb die 3-Jet-Rate exakt eins ist. Ab 330 GeV wurden in PYTHIA augenscheinlich keine Ereignisse mir drei Jets im Endzustand mehr rekonstruiert, weshalb R_3 auf null abfällt.
Ein NLO_3-Korrekturfaktor von 1.3 (Abbildung 7.10 unten) vergrößert $R_{3,\mathrm{NLOJet}}$ und führt zu einer besseren Übereinstimmung der Jet-Raten.

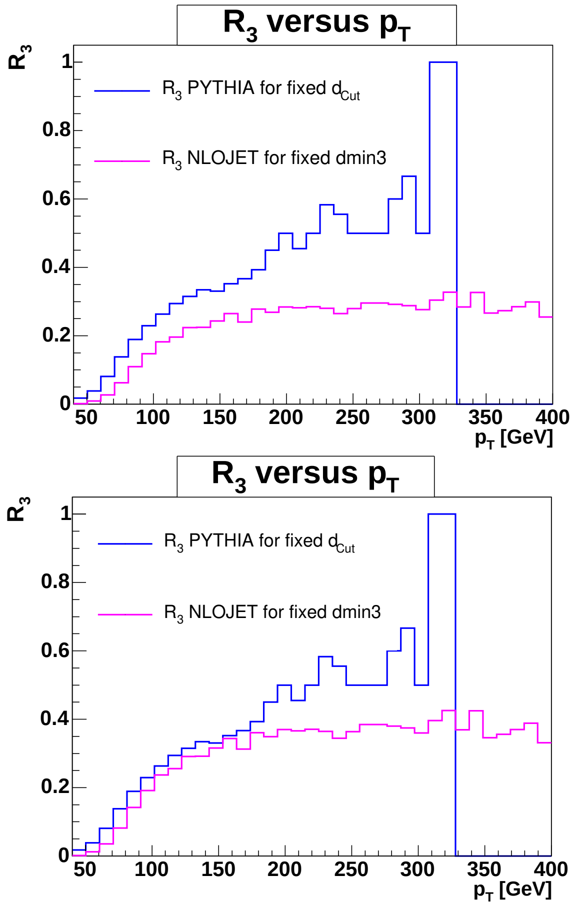


Abbildung 7.10: Verlauf der 3-Jet-Rate für den gesamten betrachteten p_T-Bereich für PYTHIA und NLOJet++ bei einem Abbruchparameter von 1500 GeV^2. Oben: kein Korrekturfaktor. Unten: Korrekturfaktor 1.3.

[2]Die in Abbildung 7.10 gezeigten PYTHIA-Kurven (blau) stimmen nicht mit den PYTHIA-Kurven aus den Abbildungen 7.6 bis 7.9 überein, da sie in einem einzigen Programmdurchlauf für das Gesamtintervall 40 GeV $< p_T <$ 400 GeV ermittelt wurden, während alle anderen Kurven aus separaten Programmdurchläufen mit vergleichweise mehr Statistik hervorgegangen sind.

Kapitel 8

Zusammenfassung und Ausblick

Diese Arbeit befasste sich mit der Ermittlung der 3-Jet-Rate in simulierten $p\bar{p}$ Ereignissen. Die Simulation erfolgte dabei mit zwei Generatoren, dem leading-order Generator PYTHIA und next-to-leading-order Integrationsprogramm NLOJet++. Als Schwerpunktsenergie der Studie wurde mit $\sqrt{s} = 1.96$ TeV die am DØ Experiment am Tevatron bisher erreichte maximale Schwerpunktsenergie gewählt. Dabei wurden die 3-Jet-Rate R_3, das Verhältnis der Reaktionen mit drei Jets zu allen Reaktionen mit Jets, in PYTHIA unter Berücksichtigung von Ereignissen mit bis zu fünf Jets im Endzustand in leading-log (LL) Näherung berechnet, während R_3 in NLOJet++ in next-to-leading-order Genauigkeit (NLO) für bis zu drei Jets im Endzustand bestimmt wurde.

Bei der Streuung von Protonen und Antiprotonen treten ihre Bausteine (Konstituenten) in harte Wechselwirkung. Dabei entstehen Quarks und Gluonen, die sich in farblose Hadronen umwandeln (Hadronisierung). Mit Hilfe des k_T Algorithmus wurden die Teilchen vor und nach der Hadronisierung zu Parton- und Hadronjets – Jets vor und nach der Hadronisierung – rekonstruiert. Der Abbruchparameter d_{Cut} legt dabei die ungefähre Größe der resultierenden Jets fest. Die vorliegende Analyse behandelte in diesem Zusammenhang nicht nur den genauen Rekonstruktionsvorgang, sondern stellte den k_T Algorithmus, bei dem Teilchen mit ähnlichem Transversalimpuls und ählicher Richtung zu einem Jet zusammengefasst werden, als eine Alternative zu dem an Hadroncollidern sehr häufig verwendeten Cone Algorithmus vor, bei dem die Jetrekonstruktion durch eine feste Winkelbeziehung der Teilchen zur Jetachse festgelegt ist.

Nach der Rekonstruktion der Jets und der Bestimmung der 3-Jet-Rate wurde diese auf Hadronisierungseffekte, Auswirkungen durch verschiedene Partondichtefunktionen, die den Aufbau von Proton und Antiproton beschreiben, und multiple Ereignisse (pile-up und min-bias) untersucht. Dabei konnte festgestellt werden, dass diese Korrekturen für kleine Werte des Abbruchparameters d_{Cut} jeweils sehr klein bzw. vernachlässigbar sind. Um die Jet-Rate möglichst unabhängig von diesen Korrekturen zu halten, sollte daher immer ein kleiner Abbruchparameter gewählt werden[1].

Zusätzlich zur Bestimmung der 3-Jet-Rate wurde der Verlauf von R_3 bezüglich

[1]Dabei muss jedoch darauf geachtet werden, dass die d_{Cut}-Werte nicht zu klein sind, da in diesem Fall nur noch Ereignisse mit vier und mehr Jets im Endzustand rekonstruiert werden, was zu einem Absinken bzw. Verschwinden der 3-Jet-Rate führen würde.

des Transversalimpulsübertrags im harten Stoß untersucht. Dieser Verlauf ist bis auf Phasenraumeffekte proportional zu dem der starken Kopplungskonstante α_s und wies einen zunächst unerwarteten Anstieg mit zunehmendem Transversalimpulsübertrag auf. Dies konnte auf die verwendeten absoluten Abbruchparameter d_{Cut} in PYTHIA bzw. *dmin*3 in NLOJet++ zurückgeführt werden[2]. Durch Festsetzen des Abbruchparameters auf einen bestimmten Wert wird auch ein Bereich im Phasenraum festgelegt. Wird der Transversalimpulsübertrag bei gleich bleibendem Abbruchparameter vergrößert, so vergrößert sich auch der Bereich im Phasenraum und damit der Wirkungsquerschnitt, über den integriert werden muss. Dadurch werden Ereignisse mit mehr Jets im Endzustand (hauptsächlich 3-Jet Ereignisse) rekonstruiert, was zu einem Ansteigen der 3-Jet-Rate führt.

Die Ergebnisse aus PYTHIA wurden letztendlich mit den Ergebnissen aus dem (NLO)-Integrationsprogramm NLOJet++ verglichen. NLOJet++ berücksichtigt bei der Erzeugung von $p\bar{p}$ Reaktionen zusätzliche Korrekturen durch ein virtuelles Parton, während PYTHIA lediglich leading-log Näherungen zur Verfügung stellt. Unter Berücksichtigung noch nicht implementierter NLO-Korrekturterme[3] in NLOJet++ lagen die beiden Jet-Raten in guter Übereinstimmung.

Mit dieser Analyse konnte gezeigt werden, dass die mit Hilfe des k_T Algorithmus ermittelte 3-Jet-Rate die Bestimmung von α_s in Hadron-Hadron-Kollisionen erlaubt, da die typischerweise großen Unsicherheiten aus den Partondichtefunktionen, Hadronisierungskorrekturen und multiplen Ereignissen etc. gut unter Kontrolle sind. Wenn experimentelle Effekte dies nicht untergraben, so kann daraus gefolgert werden, dass auch eine Bestimmung von α_s aus der 3-Jet-Rate mit dem DØ Experiment am Tevatron möglich ist.

Die 3-Jet-Rate in NLOJet++ wurde als

$$R_{3,\mathrm{NLOJet}} = \frac{N_{3-\mathrm{Jet,\ BORN}}}{\sum(N_{2-\mathrm{Jet,\ BORN}} + N_{2-\mathrm{Jet,\ NLO}})}$$

berechnet. Um eine bessere Übereinstimmung mit PYTHIA zu erzielen, sollte zusätzlich noch der NLO-Term für Ereignisse mit drei Jets im Endzustand bzw. der entsprechende NNLO Term für 2-Jet Ereignisse, beide $\sim \alpha_s^4$, berechnet bzw. implementiert werden. Damit erhält man für R_3:

$$R_{3,\mathrm{NLOJet}} = \frac{N_{3-\mathrm{Jet,\ BORN}} + N_{3-\mathrm{Jet,\ NLO}}}{\sum(N_{2-\mathrm{Jet,\ BORN}} + N_{2-\mathrm{Jet,\ NLO}} + N_{2-\mathrm{Jet,\ NNLO}})} \sim \alpha_s$$

Durch Entwickeln von $R_{3,\mathrm{NLOJet}}$ in einer Taylorreihe um $\alpha_s = 0$ ergibt sich hieraus:

$$R_{3,\mathrm{NLOJet}} = \alpha_s \cdot \left(\frac{N_{3-\mathrm{Jet,\ BORN}}}{\sum N_{2-\mathrm{Jet,\ BORN}}}\right) +$$

$$+ \alpha_s^2 \cdot \left(\frac{N_{3-\mathrm{Jet,\ NLO}} \cdot \sum N_{2-\mathrm{Jet,\ BORN}} - N_{3-\mathrm{Jet,\ BORN}} \cdot \sum N_{2-\mathrm{Jet,\ NLO}}}{\sum(N_{2-\mathrm{Jet,\ BORN}})^2}\right) + O(\alpha_s^3) \quad .$$

[2] d_{Cut} ist der in PYTHIA verwendete Abbruchparameter des k_T Algorithmus. Er kann unabhängig von der Zahl der Jets im Endzustand festgelegt werden. *dmin*3 ist der in NLOJet++ verwendete Abbruchparameter und gilt nur für Reaktionen mit genau drei Jets im Endzustand.

[3] Hierfür wurde an Stelle des nicht berechneten Korrekturterms ein (geschätzter) Faktor zwischen 1.2 und 2.8 in die Berechnungen der 3-Jet-Rate miteinbezogen.

Aus dieser Entwicklung wird ersichtlich, dass die 3-Jet-Rate aus NLOJet++ unter Berücksichtung des NLO-Terms für 3-Jet Ereignisse (NLO_3) auch ohne Kenntnis des nex-to-next-to-leading-order-Terms für Ereignisse mit zwei Jets im Endzustand ($NNLO_2$) berechnet werden kann[4]. Die Berechnung von NLO_3 sollte damit einer der nächsten Schritte bei Bestimmung der 3-Jet-Rate in next-to-leading-order Genauigkeit sein. Dadurch könnte eine bessere Übereinstimmung der Jet-Raten aus PYTHIA und NLOJet++ erzielt werden. Letztendlich muss jedoch auch der fehlende $NNLO_2$ Term implementiert werden, um R_3 in der Ordnung α_s^3 berechnen zu können. Weiterhin wäre eine Erweiterung des Generators auf 4- und 5-Jet-Ereignisse von großem Interesse. Hierzu müssten allerdings Terme, die bis $\sim \alpha_s^6$ sind, implementiert werden. Dies würde jedoch den Vergleich der Ergebnisse aus PYTHIA, bei denen Ereignisse bis zu fünf Jets im Endzustand berücksichtigt wurden, und NLOJet++, für die in dieser Analyse nur 2-Jet und 3-Jet Ereignisse berechnet werden konnten, sehr erleichtern.
Ein Vergleich der in dieser Arbeit vorgestellten Ergebnisse mit den Resultaten aus anderen Simulationsprogrammen, wie beispielsweise HERWIG [25] oder dem Vielzweck-Ereignisgenerator SHERPA [26] könnte die Bestimmung und den Verlauf von R_3 weiter präzisieren. Der große Vorteil von SHERPA liegt dabei darin, dass man auch höhere Matrixelemente als LO (wie in PYTHIA) implementieren und dann einen Partonschauer anschließen kann, wobei Doppelzählungen vermieden werden. So könnte die 3-Jet-Rate in NLO mit Partonschauer und Hadronisierung kombiniert werden.
Zudem ist es unerlässlich, Detektorsimulationen mit einzubinden, um die Auswirkungen des Detektors auf die generierten Ereignisse und die Jetstruktur untersuchen zu können und die Übertragbarkeit der Studie auf reelle Ereignisse zu prüfen.
Nach der Berücksichtigung von Detektorstudien sollte der letztendliche und zugleich wichtigste Schritt die Anwendung der Ergebnisse auf DØ Daten sein. Erst dadurch besteht die Möglichkeit, die hier gewonnenen Resultate vollständig verstehen und kommentieren zu können.

[4]Dies gilt nur bis zur Ordnung α_s^2.

Anhang A

Strukturuntersuchungen am Proton

Es gibt mehrere Möglichkeiten, um die Struktur des Protons zu untersuchen:

1.) Strukturuntersuchung durch elastische Streuung von Photonen.
Die Auflösung λ, die dabei erreicht werden kann, ist durch folgende Gleichung gegeben:

$$\lambda = \frac{c}{\nu} = \frac{hc}{E_{Photon}} \hat{=} \frac{1.24\ fm}{E_{Photon}[\mathrm{GeV}]}$$

Für eine Photonenergie von $E_{Photon} < 1$ GeV erscheint das Proton dabei als punktförmiges Teilchen, das Photon kann die Struktur des Nukleons bei kleinen Energien also nicht auflösen. Siehe hierzu Abbildung A.1 a).
Für $E_{Photon} > 1$ GeV kann die Struktur des Protons teilweise aufgelöst werden, man erkennt drei Konstituenten, die später als Valenzquarks (uud) identifiziert wurden, wie aus Abbildung A.1 b) ersichtlich wird. Erst für $E_{Photon} \gg 1$ GeV kann jedoch der vollständige Aufbau des Nukleons sichtbar gemacht werden. Hierbei kann man erkennen, dass das Proton neben den Valenzquarks aus Gluonen und Seequarks besteht.

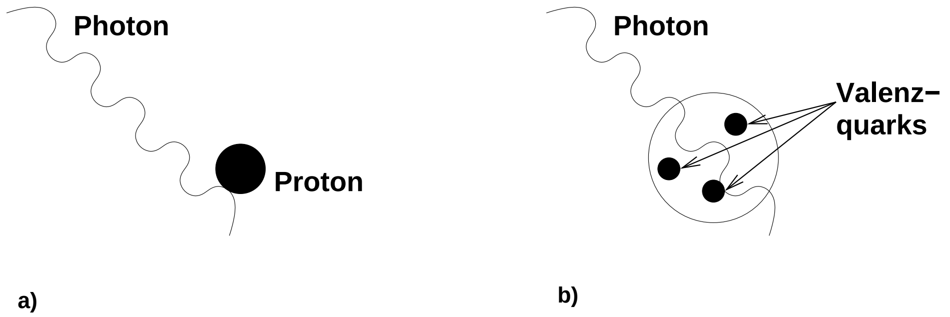


Abbildung A.1: a) $E_{Photon} < 1$ GeV: keine Auflösung des Protons möglich. b) $E_{Photon} > 1$ GeV: Proton kann teilweise aufgelöst werden.

2.) inelastische Streuung von Elektronen am Proton. Auch hier streut letztendlich ein (virtuelles) Photon am Proton.
Die Streuung kann durch so genannte Formfaktoren $F(\vec{q})$ beschrieben werden [1], mit deren Hilfe man die Ladungsdichte gestreuter Teilchen messen kann.

$$F(\vec{q}) = \int \rho(\vec{x}) e^{\frac{i\vec{q}\vec{x}}{\hbar}} d^3x$$

Der Formfaktor ist die Fouriertransformierte der Ladungsdichte $\rho(\vec{x})$ des gestreuten Teilchens, q ist hierbei der Transversalimpulsübertrag im harten Stoß

$$q^2 = -2\nu M + W^2c^2 - M^2c^2 =: -Q^2$$

Dabei gilt:

$$\nu = E_{Elektron} - E'_{Elektron}.$$

M ist die Protonmasse, W ist die Masse des Protonrestes.
Für die Streuung an einer Punktladung, ist der Formfaktor konstant: $F(\vec{q}) = const.$
Als Vereinfachung werden zwei dimensionslose, lorentzinvariante Variablen, die *Bjorken Skalenvariablen* eingeführt:

$$x := \frac{Q^2}{2\nu M} \tag{A.1}$$

$$y := \frac{\nu}{E} \tag{A.2}$$

x entspricht dem Bruchteil von Protonenergie - und impuls, den ein Parton trägt [1] und y ist ein Maß für die Inelastizität des Prozesses.
Der Formfaktor der inelastischen Streuung hängt sowohl von x als auch von Q^2 ab. Da er die Struktur des Protons beschreibt, wird er auch Strukturfunktion $F(Q^2, x)$ genannt. Extrahiert man aus dem Wirkungsquerschnitt der inelastischen Streuung

$$\frac{d^2\sigma}{d\Omega\, E'_{Elektron}} = (\frac{d\sigma}{d\Omega})^*_{Mott}\, [F_2(Q^2, x) + 2F_1(Q^2, x)\tan^2\frac{\theta}{2}] \tag{A.3}$$

die beiden Strukturfunktionen $F_1(Q^2, x)$ und $F_2(Q^2, x)$, so kann man beobachten, dass sie für einen festen Wert von x kaum oder höchstens sehr gering von Q^2 abhängen. Sind Strukturfunktionen nicht vom Impulsübertrag abhängig, so ist dies ein Zeichen dafür, dass an einer Punktladung gestreut wird. Dies ist sehr überraschend, da man erwartet hatte, dass das Proton auf Grund seiner ausgedehnten Struktur auch eine ausgedehnte Ladungsverteilung hat. Die Konsequenz ist, dass bei der inelastischen Streuung für hohe Energien ($E_{Elektron} > 1\text{GeV}$) die Struktur des Protons aufgelöst wird, man kann also in das Nukleon hineinsehen. Es wird in diesem Fall nicht am Proton als Ganzes, sondern an punktförmigen Konstituenten des Protons gestreut. Die experimentelle Beobachtung des *Bjorken Scalings* belegt folglich die Existenz punktförmiger Konstituenten im Proton [1].

Durch Vergleich von Gleichung (A.3) mit den Gleichungen (A.1) und (A.2) erhält man die *Callan-Cross-Beziehung*:

$$F_2(x) = 2F_1(x) \tag{A.4}$$

Diese ist spezifisch für ein Teilchen mit Spin $\frac{1}{2}$ [27]. Die Konstituenten des Protons sind also punktförmige Spin $\frac{1}{2}$ Teilchen.

Anhang B

Die Pseudorapidität

Die Pseudorapidität ist eine Variable, mit der die experimentell schwieriger bestimmbare Rapidität angenähert werden kann.
Die Rapidität y, deren Ableitung $\frac{dN}{dy}$ lorentz-invariant ist[1], wird oft verwendet, um das Verhalten von Teilchen in inklusiv gemessenen Reaktion zu beschreiben [28]. Sie ist definiert als:

$$y = \frac{1}{2} \ln \frac{E + p_z}{E - p_z}$$

Dies entspricht:

$$\tanh(y) = \frac{p_z}{E}$$

p_z entspricht dabei dem longitudinalen Impuls entlang der Richtung des einfallenden Teilchens (z-Richtung), E ist die Energie des Teilchens [28].
Die Pseudorapidität kann die Rapidität ersetzen, wenn die Masse des einfallenden Teilchens unbekannt ist. Sie ist eine Winkelvariable und wird durch folgende Gleichung definiert:

$$\eta = -\ln \tan \frac{\theta}{2} \tag{B.1}$$

Die zugehörige inverse Funktion lautet:

$$\theta = 2 \tan^{-1}(e^{-\eta})$$

Hierbei ist θ der Polarwinkel, also der Winkel des Teilchens zur Strahlachse. Da θ im Allgemeinen direkt im Detektor gemessen werden kann, ist die Pseudorapidität einfacher und bequemer handzuhaben, als die Rapidität.
Für $p \gg m$, d.h. für vernachlässigbare Teilchenmassen gilt $y \to \eta$.
η entspricht exakt der Rapidität y, falls

$$m = 0 \qquad bzw. \qquad \beta = 1$$

Die Pseudorapidität wird an Colliderexperimenten sehr häufig an Stelle des Winkels θ verwendet, unter anderem deshalb, weil Differenzen von η annähernd lorentz-invariant sind, nicht jedoch Differenzen in θ. Da das Schwerpunktsystem der Parton-Parton-Streuung bezüglich des Schwerpunktsystems der einfallenden Hadronen geboostet ist,

[1] N bezeichnet die Teilchenzahl.

erscheint es sehr sinnvoll, Variablen zu verwenden, die unter solchen Transformationen invariant sind bzw. sich leicht unter longitudinalen Boosts transformieren lassen [6].
Tabelle B.1 zeigt den Zusammenhang zwischen der Pseudorapidität η und dem Winkel θ.
Im DØ Experiment kann mit Hilfe des Kalorimeters ein η-Bereich zwischen -4 und 4 abgedeckt werden. Das bedeutet, alle Teilchen, die mindestens 2.1° von der Strahlachse entfernt sind, werden registriert. Die übrigen Teilchen werden nicht detektiert und gehören ohnehin meist zum Protonrest.

θ	90	45	40.4	15	10	2.1
η	0	0.88	1	2.03	2.44	4

Tabelle B.1: Zusammenhang zwischen η und θ.

Abbildungsverzeichnis

Tabellenverzeichnis

Literaturverzeichnis

[1] BIEBEL, O., *Studien der Quanten-Chromo-Dynamik mit Collider-Experimenten*. (SoSe 2002), Vorlesung an der LMU München

[2] POVH, B., RITH, K., SCHOLZ, C. und ZETSCHE, F., *Teilchen und Kerne*. (Springer-Verlag), (1997)

[3] BARATE, R. et al., *Search for standard model Higgs boson at LEP*. Phys. Lett. B (2003), CERN-EP2003-011

[4] FRAME, K. C., *Implementation and calibration of a k_T jet finding algorithm for use in $p\bar{p}$ collisions at $\sqrt{s} = 1.8$ TeV at the DØ Collider Detector*. Dissertation, (1999), FERMILAB-THESIS-1999-10

[5] BIEBEL, O., *8: QCD, Jets, Strukturfunktionen*. http://www.mppmu.mpg.de/, (WiSe 2003/2004), Vorlesungsreihe Angewandte Physik: Teilchenphysik mit höchstenergetischen Beschleunigern (TEVATRON und LHC)

[6] ELLIS, R., STIRLING, W. und WEBBER, B., *QCD and Collider Physics*. (Cambridge University Press), (2003)

[7] THE DØ COLLABORATION, *The DØ Silicon Tracker Technical Design Report*. (1994), DØ Note 2169

[8] REPOND, S. T., *DØ Note 3925 (unpublished)*. (2001), 7th International Conference on Advanced Technology and Particle Physics, Como, Italy

[9] LECOMPTE, T. und DIEHL, H., *The CDF and DØ Upgrades for Run II*. Ann. Rev. Nucl. Part. Sci. 50:71-77 (2000), 0163-8998/00/1201-0071

[10] BAUR, U., ELLIS, R. und ZEPPENFELD, D., *QCD and Weak Boson Physics in Run II* (2000), Fermilab-Pub-00/297

[11] BUTTERWORTH, J., COUCHMAN, J., BOX, B. und WAUGH, B., *KtJet: A C++ Implementation of the K_T clustering algorithm* (2002), MAN/HEP/2002/02

[12] GUPTA, A., *Jet Algorithms in Athena*. (2003), ATLAS Physics Workshop; Athens

[13] ELLIS, S. D., *Successive Combination Jet Algorithm For Hadron Collisions* (1993), hep-ph/9305266

[14] ELVIRA, V., *Jet measurements at D$\emptyset$ using a k_T Algorithm* (2002), hep-ex/0209073

[15] NAGY, Z., *Three-jet cross sections in hadron hadron collisions at next-to-leading order*. Phys. Rev. Lett. **88** (2002); S. 122003

[16] SJÖSTRAND, T., LÖNNBLAD, L., MRENNA, S. und SKANDS, P., *PYTHIA 6.2 Physics and Manual* (2002), hep-ph/0108264

[17] CTEQ META-PAGE, *http://www.phys.psu.edu/˜cteq/*. (Letzter Zugriff: Mai 2004)

[18] LAI, H. L. und TUNG, W. K., *Charm production and parton distributions*. Z. Phys. **C74** (1997); S. 463–468

[19] PLOTHOW-BESCH, H., *PDFLIB; Proton, Pion and Photon Parton Density Functions, Parton Density Functions of the Nucleus, and α_s Calculations; User's manual* (2000), 2000.04.17

[20] PFEIFENSCHNEIDER, P., *QCD Analyses Using Jets in Electron-Positron Annihilation at Energies between 35 and 183 GeV*. Dissertation, (1998)

[21] NAGY, Z. und TRÓCSÁNYI, Z., *Multi-jet cross sections in deep inelastic scattering at next-to-leading order*. Phys. Rev. Lett. **87** (2001); S. 082001

[22] TRÓCSÁNYI, Z., *Progress in QCD next-to-leading order calculations* (2002), hep-ph/0201035

[23] NAGY, Z., *Next-to-leading order calculation of three-jet observables in hadron hadron collision*. Phys. Rev. **D68** (2003); S. 094002

[24] NLOJET++ PAGE, *http://www.cpt.dur.ac.uk/˜nagyz/nlo++-v1/*. (Letzter Zugriff: Mai 2004)

[25] CORCELLA, G., KNOWLES, I., MARCHESINI, G., MORETTI, S., ODAGIRI, K., RICHARDSON, P., SEYMOR, M. und WEBBER, B., *HERWIG 6: an event generator for Hadron Emission Reactions With Interfering Gluons (including supersymmetric processes)*. (2000), CERN-TH/2000-284

[26] GLEISBERG, T., HÖCHE, S., KRAUSS, F., SCHÄLICKE, A., SCHUMANN, S. und WINTER, J.-C., *SHERPA 1.α, a proof-of-concept version*. JHEP **02** (2004); S. 056, hep-ph/0311263

[27] FRAUENFELDER, H. und HENLEY, E. M., *Teilchen und Kerne: die Welt der subatomaren Physik*. (R. Oldenbourg Verlag), (1999)

[28] BOCK, R. K., *Pseudorapidity*. (1998), Weitere Informationen auf der Homepage von R. K. Bock: http://rkb.home.cern.ch/rkb/PH14pp/node146.html

Mein herzlicher Dank geht an...

- ...Prof. Otmar Biebel, dafür dass er mir diese Diplomarbeit ermöglicht und an mich geglaubt hat, für die viele Zeit, die er für mich aufgebracht und in der er mir immer helfend zur Seite gestanden hat.

- ...Prof. Wolfgang Dünnweber für die Erstellung des Zweitgutachtens.

- ...Prof. Dorothee Schaile für die Unterstützung und ihren Zuspruch während meiner gesamten Studienzeit.

- ...Jörg Dubbert und Fritz Vollmer, für ihre Hilfe während des gesamten letzten Jahres, ihre Tips und Anregungen und die nette Atmosphäre in unserem Büro.

- ...die Assistenten Frank Fiedler, Thomas Nunnemann und Raimund Ströhmer, dass sie mir beim Korrigieren dieser Arbeit geholfen und mich auch sonst mit vielen Tips unterstützt haben.

- ...Meta Binder, Tim Christiansen und Johannes Elmsheuser für ihre vielen DØ-Ratschläge und dafür dass sie immer ein offenes Ohr für mich hatten.

- ...Herta Franz, weil sie immer aufmunternde Worte für mich gefunden hat.

- ...den gesamten Lehrstuhl für Elementarteilchenphysik: Otmar Biebel, Meta Binder, Tim Christiansen, Jörg Dubbert, Günter Duckeck, Johannes Elmsheuser, Frank Fiedler, Herta Franz, John Kennedy, Britta Leonhardt, Thomas Nunnemann, Matthias Obermaier, Dorothee Schaile, Felix Rauscher, Philipp Schieferdecker, Raimund Ströhmer, Balasz Ujvari, Tatjana Unverhau, Attila Varga und Fritz Vollmer für die gute Atmosphäre und ein tolles Jahr.

- ...meine Eltern, die immer für mich da waren und mich immer und in jeder Beziehung unterstützt haben, sowie an meine gesamte Familie, die bedingungslos hinter mir steht.

- ...meinen Freund Michael für seine Geduld, seine Unterstützung und sein Verständnis sowohl für meine Arbeit als auch für private Belange.

- ...meine beste Freundin Erika und ihren Mann Attila (mit ihren Kindern), dass sie mich aufgemuntert und unterstützt haben und ich jederzeit auf sie zählen konnte.

- ...meine Freunde Arsineh, Verena und Joey, dafür dass sie für mich da waren und mich immer wieder aufgebaut haben.

Selbstständigkeitserklärung

Ich versichere hiermit, die vorliegende Arbeit selbstständig verfasst zu haben und keine anderen als die angegebenen Quellen und Hilfsmittel verwendet zu haben.

Marion Erlebach

München, 01. Juli 2004